

REALIZANDO MULTIPLICAÇÕES POR MEIO DAS DUAS RÉGUAS PARA CÁLCULO DE WILLIAM OUGHTRED: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE

Amanda Cardoso Benicio de Lima¹
Kawoana da Costa Soares²
Ana Carolina Costa Pereira³

RESUMO

Mediante as diversas pesquisas que veem sendo desenvolvidas no cenário acadêmico, no que tange a História da Matemática ressalta-se a busca por recursos provenientes da história que possam se tornar aparatos didáticos e assim contribuir para o ensino de algum conteúdo matemático. Nesse sentido, esse artigo tem como objetivo apresentar uma proposta de atividade utilizando as Duas Régua para Cálculo, um instrumento matemático do século XVII criado por William Oughtred (1574-1660), por meio de uma prática laboratorial. Para que haja a completa compreensão do que se trata a prática proposta, o artigo apresenta um percurso contendo introdução, apresentação sobre o instrumento matemático e seu manuseio, a fim de ao longo da prática laboratorial seja realizado uma reflexão acerca do algoritmo tradicional de multiplicação com o método de multiplicação empregado por William Oughtred com seu instrumento. Dessa forma, propõe-se que haja a incorporação das Duas Régua para Cálculo no ensino básico ou mesmo na formação inicial e continuada de professores de Matemática, uma vez que pode ser considerado como uma possível contribuição para a ressignificação do conceito de multiplicação.

Palavras-chave: Duas Régua para Cálculo. William Oughtred. Operação de Multiplicação.

INTRODUÇÃO

As crescentes discussões acerca das diferentes formas de se trabalhar o conteúdo matemático, de modo que haja a compreensão dos alunos e o interesse pela aula, vem ganhando destaque no Brasil. Isso faz com que o professor busque recursos distintos a fim de que, ao ministrar sua aula, o aluno atinja as habilidades direcionadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Nesse viés, com o intuito de cumprir as habilidades propostas para os Anos Finais do Ensino Fundamental, destaca-se a importância da inserção da História da Matemática, por meio de situações que, de acordo com Brasil (2018), precisam articular os múltiplos aspectos dos diferentes conteúdos, a fim de visar o desenvolvimento das ideias fundamentais da matemática. Dessa forma, a História da Matemática articulada com o

¹ Licencianda em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Ceará, Brasil. E-mail: cardoso.lima@aluno.uece.br

² Licencianda em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Ceará, Brasil. E-mail: kawoana.costa@aluno.uece.br

³ Doutora em Educação. Professora da Universidade Estadual do Ceará (UECE). Ceará, Brasil. E-mail: carolina.pereira@uece.br

Ensino de Matemática pode ser incluída como uma estratégia para representar uma circunstância que seja significativa para aprender e ensinar Matemática. Nesse contexto, o documento utilizado como subsídio para o estudo se trata de uma declaração, nomeada como *The Declaration of The Two Rules for Calculations*, anexada a um tratado do século XVII, intitulado de *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrument* (1639), escrito por William Oughtred (1574 – 1660), clérigo inglês, que dedicou parte de sua vida aos estudos e à instrução sobre as matemáticas (CAJORI, 1916).

Em sua declaração, o autor aborda a descrição e as diferentes formas de utilização do instrumento intitulado por Duas Régua para Cálculo, na qual as nomeia individualmente por *Staffe* e *Transversarie*, e destaca que podem ser aplicadas na resolução de questões aritméticas (OUGHTRED, 1636).

Posto isto, a fim de propor a inserção do instrumento histórico no contexto do ensino básico a partir do documento original, pretende-se apresentar uma proposta de atividade, de forma a apoiar o trabalho dos professores que irão orientar seus alunos para a compreensão da operação aritmética de multiplicação, por meio do manuseio das Duas Régua para Cálculo, sob as orientações de William Oughtred para a resolução de um problema que está contido em seu tratado.

O INSTRUMENTO

Ao longo do século XVII, um dos relevantes acontecimentos registrado pela História da Matemática, foi a importância progressiva de instrumentos e aparatos que possuíam a capacidade de efetuar mensurações e simplificar os cálculos matemáticos. Esses instrumentos, relacionados atualmente como matemáticos, prestavam diversas finalidades, sendo uma delas a instrução de conteúdos matemáticos.

Dentre esses instrumentos está o denominado como Duas Régua para Cálculo⁴, desenvolvido por William Oughtred que, ao iniciar sua declaração relata sua funcionalidade dizendo

são estruturadas e compostas de modo que não só podem ser aplicadas ao cálculo de triângulos e à resolução de questões aritméticas, mas também podem muito bem servir como um *Crosse-Staffe* para medir a altura do sol ou de qualquer estrela acima do horizonte, e também suas distâncias⁵ (OUGHTRED, 1639, p. 63).

⁴ Em inglês o praticante das matemáticas intitula seu instrumento como “*The Two Rules for Calculations*”.

⁵ Em inglês lê-se: *The rulers are fo framed and compofed, that They may not only be applied to the calculation of triangles, and the refolution of arithmetical queftions: but that they may alfo very fitly ferue for croffe-ftaffe to take the height of sunne, or any starre above the horizon, and alfo their diftances*. (OUGHTRED, 1639, p. 63).

Apesar de iniciar a declaração retratado as funcionalidades do instrumento, o documento não apresenta nenhum tipo de divisão em seções ou capítulos, porém, como possui uma extensão de 12 páginas, o leitor consegue identificar no texto uma sequência lógica elaborada por William Oughtred.

Nessa sequência, o autor no primeiro momento, retrata a constituição do instrumento e a descrição de suas escalas, em seguida concentra-se no manuseio e uso do instrumento, utilizando-se de exemplos, casos e teoremas para explicitar as aplicações das réguas e finaliza com o uso das réguas na forma de *Crosse-Staffe*, ou seja, de forma cruzada.

No primeiro momento Oughtred (1639) nomeia as réguas de *Staffe* e *Transversarie*, e as caracteriza, destacando que apresentam tamanhos diferentes, sendo a régua *Staffe* a mais longa e a régua *Tranversarie* mais curta, com “um comprimento de quase 3 para 2” (OUGHTRED, 1639, p. 63). Além disso, as réguas “têm apenas quatro quadrados, com ângulos retos iguais em tamanho” (OUGHTRED, 1639, p.63). Quanto as escalas inscritas no instrumento, apresentam marcações com as letras S, T, N, E, que correspondem as escalas dos Senos (S), das Tangentes (T), dos Números (N) e das Partes Iguais (E), respectivamente.

No que se refere a construção⁶ dessas escalas, Oughtred (1639, p. 65) as descreve de forma sinóptica, pois diz

Assim, você tem nas duas réguas as mesmas linhas que estão em círculos de proporção e tudo o que pode ser feito por esses círculos, também pode ser executado pelas duas réguas e as regras que foram anteriormente definidas para esse instrumento, podem também ser praticado sobre eles, de modo que você tenha o cuidado de observar as diferentes propriedades no trabalho. Portanto, não será necessário fazer qualquer discurso novo e longo sobre essas réguas, mas apenas mostrar a maneira, como elas devem ser usadas, para o cálculo de qualquer proporção dada.⁷

Esse comentário do autor pode ser considerado comum, pois o documento que estamos abordando, *The Declaration of The Two Rules for Calculations*, está anexado a uma adição do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrument* (1639), que trata a respeito da construção e uso do instrumento intitulado por Círculos de Proporção⁸, de forma a ser uma extensão do trabalho proposto no tratado. Além disso, os

⁶ Para mais detalhes sobre a descrição da construção das Duas Réguas para Cálculo, vide Lima *et al* (2021).

⁷ Em inglês lê-se: *Thus have you on the two rulers the very same lines which are in circles of proportion, and what so ever can be done by those circles, may also as well be performed by the two rulers and the rulers which have bin here formerly set downe for that instrument, may also be practised upon these: so that you be care full to observe in both the different propriety in working. It will not therefore be need full, to make any new and long discourse, concerning these rulers, but only to shew the manner, how they are to be used, for the calculation of any proportion given.*

⁸ Para mais informações acerca do instrumento histórico-matemático Círculos de Proporção, vide Alves (2019).

tratados matemáticos que estavam inseridos no contexto histórico-cultural europeu do século XVII, segundo Saito e Dias (2012) eram destinados a um público que tinha conhecimentos não só matemáticos que estavam ligados aos instrumentos, mas também a prática de seus ofícios.

Sendo assim, na citação apresentada anteriormente, Oughtred (1639) afirma que as mesmas escalas que estão inscritas em suas régua também estão dispostas no instrumento Círculos de Proporção, por isso não achava necessário explicar detalhadamente sobre sua construção, mas sim a maneira como se era utilizado as Duas Régua para Cálculo. Dessa forma, os estudos têm-se dirigido para a investigar o processo de construção e uso das escalas dispostas nas régua, em específico a escala dos Números.

A escala dos Números é caracterizada por ser graduada de forma logarítmica, apresentando “em ordem decrescente 1, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 9, 8, 7, etc” (OUGHTRED, 1639, p. 64). De acordo com Martins (2019), depois da comunidade científica adotar os logaritmos, alguns inovadores criaram engenhos mecânicos para fazer os cálculos usando logaritmos, dentre esses engenhos estão as régua para cálculo⁹.

Com isso, na seção a seguir será apresentado o manuseio da escala dos Números, contida nas Duas Régua para Cálculo, que servirá para a realização dos cálculos destinados a operação aritmética de multiplicação utilizando o instrumento histórico-matemático do século XVII.

O MANUSEIO

Após Oughtred (1639, p. 65) descrever as escalas inscritas nas régua *Staffe* e *Transversarie*, inicia a explicação acerca do manuseio das régua

Trabalhando uma proporção pelas régua, segure o *Transversarie* em sua mão esquerda, com a extremidade com o fim em que a linha do raio ou linha da unidade está para sua direção, girando esse lado da régua para a frente, em que a linha do tipo do primeiro termo, seja ele número, seno ou tangente: e nele busque o primeiro termo e o outro que lhe é homogêneo. Em seguida, pegue o *Staffe* em sua mão direita com o lado para cima, em que a linha do tipo do quarto termo procurado: e procure nele o termo homogêneo para o quarto. Aplique isso ao primeiro termo no *Transversarie* e o outro termo homogêneo deverá mostrar no *Staffe* o quarto termo¹⁰.

⁹ Para mais informações a respeito da construção da escala dos Números contida nas Duas Régua para Cálculo, vide: Lima, Soares e Pereira (2022).

¹⁰ Em inglês lê-se: “*In working a proportion by the rulers, hold the Transversarie in your left hand, with the end at which the line of the radius or unite line is, from you ward, turning that side of the ruler upward, on which the line of the kind of the first terme is, whether it be Number, Sine, or Tangent: and therein seeke bolt the first terme, and the other which is homogene to it. Then take the Staffe in your right hand with that side upward, in which the line of the kind of the fourth terme sought for is: and seek in it the terme homogene to the fourth. Apply this to the first terme in the Transversarie: and the other homogene terme shall in the Staffe shew the fourth terme*» (OUGHTRED, 1639, p. 65).

Apesar de Oughtred (1639) iniciar seu comentário sobre o manuseio indicando que está trabalhando uma proporção pelas régua, o mesmo manuseio pode ser aderido para realizar a operação de multiplicação, pois no segundo capítulo do tratado referente ao instrumento Círculos de Proporção publicado em 1633, o autor explica as regras de multiplicação, divisão e proporção envolvendo os Círculos. Assim, subsidiados pelo comentário já destacado, de Oughtred (1639, p. 65) em sua declaração na qual diz que “e as regras que foram anteriormente definidas para esse instrumento, podem também ser praticado sobre eles, de modo que você tenha o cuidado de observar as diferentes propriedades no trabalho”, concluímos que as mesmas regras de multiplicação utilizadas nos Círculos de Proporção podem ser utilizadas nas Duas Régua para Cálculo.

Dessa forma, para explicar o manuseio das régua *Staffe* e *Transversarie*, ao realizar uma multiplicação de dois fatores, será utilizado de um exemplo:

Multiplicando 5 por 4: Primeiramente deve-se segurar a régua *Transversarie* na mão esquerda, com a extremidade sem graduação virada para si, dessa forma ao girar essa régua para frente deve-se escolher o primeiro termo da multiplicação, que segundo as especificações ditas por Oughtred (1633, p. 7) na Multiplicação o primeiro termo da proporção implícita é sempre 1, em seguida procure o termo que lhe é homogêneo, ou seja o segundo fator da multiplicação, o número 4. Após isso, segure a régua *Staffe* com a mão direita também com a extremidade sem graduação voltada para si e gire para cima, assim procure o primeiro fator da multiplicação, o número 5. Por fim, ao aplicar as régua uma à outra, por meio do emparelhamento delas, observe que o primeiro termo da régua *Transversarie* (número 1) estará alinhado ao primeiro fator da multiplicação (número 5), e o termo que é homogêneo a ele (número 4) estará alinhado ao quarto termo procurado, que é o produto da multiplicação (número 20).

Sendo assim, na seção a seguir será apresentada uma proposta de atividade envolvendo a operação de multiplicação com as regras estabelecidas por William Oughtred. É importante lembrar que não é o foco desse artigo explicar detalhadamente o processo multiplicativo, via instrumento, mas propor uma atividade para que o professor de matemática utilize um recurso histórico em sua aula como estratégia de ensino¹¹.

¹¹ Para mais informações acerca do processo multiplicativo utilizando as Duas Régua para Cálculo de William Oughtred, vide Lima, Soares e Pereira (2023).

UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE

A partir de um estudo contextualizado, conforme as finalidades da historiografia atualizada da declaração, que objetiva, segundo Saito (2016) o processo de construção de um conteúdo tendo em conta o contexto que está inserido, buscou-se desenvolver uma proposta de atividade, de modo que pudesse inserir um recurso proveniente da História da Matemática no ensino básico.

Dessa forma, a atividade desenvolvida faz o uso da articulação entre a História da Matemática, o Ensino de Matemática e o Laboratório de Matemática, que por meio de uma prática laboratorial, os alunos deverão solucionar um problema matemático ambientalizado no contexto histórico-cultural da cidade de Londres, localizada na Inglaterra, do século XVII, utilizando a escala dos Números das réguas *Staffe* e *Transversarie* de William Oughtred.

No que diz respeito ao problema matemático que os alunos deverão solucionar, se trata de um exemplo retirado do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrument* na versão de 1633, na qual foi adaptado para ser contextualizado no século XVII, período em que Londres estava inserida no cenário de expansão marítima que serviu para intensificar o crescimento comercial da cidade. Nesse sentido, a atividade proposta se trata de um comerciante que, ao final do dia, precisou realizar uma conversão de moedas para pagar um de seus fornecedores. Assim os alunos deverão interpretar o problema e, por meio de instruções fornecidas, solucioná-lo.

PROBLEMA

Nos séculos XVI e XVII, Londres se destacava por ser um grande centro comercial, isso devido as suas expansões marítimas, que possibilitaram a migração de vários comerciantes para a cidade. Nesses tempos, viveu ali um famoso comerciante, que tinha seu negócio as margens do rio Tâmsa e, um dia, precisou converter algumas moedas que tinha recebido ao longo do dia em centavos para assim poder realizar o pagamento de um de seus fornecedores. Como o comerciante precisava converter em centavos a soma de 50 libras e 5 xelins¹², utilizando as Duas Réguas para Cálculo para realizar os cálculos, quantos centavos o comerciante pagará ao fornecedor?

(Observação: Utilize a informação de que 1 xelim vale 12 centavos e que 1 libra vale 20 xelins).

¹² Em inglês, referem-se o *pounds e o shillings*, a uma unidade monetária.

A atividade abrange recursos e materiais necessários a situações que proporcionam a reflexão, contribuindo para a construção de conceitos matemáticos. Sendo assim, para sua realização, se faz necessário que o professor esteja em mãos com o Guia do Professor, a Folha do Aluno e o par das escalas dos Números impressa e recortada para que haja, de forma eficiente, a condução, aplicação e conclusão de toda a prática laboratorial.

O Guia do Professor¹³ corresponde ao documento que conduzirá o docente na durante a aplicação de sua prática, nele estão descritas todas as etapas do experimento bem como os objetivos que pretendem ser atingidos e as habilidades que os alunos precisam desenvolver de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Desse modo, dentre as informações contidas pode-se encontrar: o nome do experimento, a unidade temática, o objeto de conhecimento, as habilidades segundo a BNCC e o ano. Além disso, também deve conter uma sinopse do experimento, os objetivos do experimento, tanto por parte do docente como do aluno, os conhecimentos prévios que serão necessários os alunos terem antes do experimento ser aplicado e sua duração. Por fim, é apresentada uma introdução acerca da prática laboratorial, os materiais que serão necessários para a sua realização, a preparação, as etapas para o desenvolvimento do experimento, o fechamento, que corresponde ao momento de conclusão da aula, as referências utilizadas para a elaboração da prática laboratorial e os anexos, que correspondem ao material que o professor deve imprimir para a realização da atividade.

Já a Folha do Aluno¹⁴ corresponde ao documento que conduzirá o aluno durante toda a prática, dando as instruções necessárias a respeito do que será realizado em cada etapa do experimento. Dentre as informações contidas na Folha do Aluno estão o nome do experimento, os comentários iniciais, que corresponde a uma introdução a respeito da prática para o estudante e os procedimentos que eles deverão realizar.

Como em sua declaração William Oughtred não menciona nenhum tamanho específico para as régua, mas a proporção entre elas, escolheu-se uma que apresenta uma extensão de 25 centímetros de comprimento. Vale ressaltar que a escala disponibilizada em PDF das duas régua apresenta o mesmo tamanho¹⁵, isso porque, de acordo com as pesquisas em leituras secundárias até o momento, apesar das régua possuírem tamanhos

¹³ Caso seja do interesse do leitor, o guia do professor está disponível para ser baixado em: <https://drive.google.com/file/d/1MKfI8pzxjqB0JzzSL4tI5OvQD2vnjgBN/view?usp=sharing>.

¹⁴ Caso seja do interesse do leitor, a folha do aluno está disponível para ser baixada em: https://drive.google.com/file/d/1Z-EE5Kn_46kDzPbNUhRKVNICaFriVZ0w/view?usp=sharing.

¹⁵ Caso seja do interesse do leitor, o modelo das escalas dos números das régua *Staffe e Transversarie* está disponível para ser baixado em: https://drive.google.com/file/d/1VtrlqjicsyPlz3cUburSv2xKzVY_j-A7/view?usp=sharing.

diferentes, as escalas dos Números possuem o mesmo tamanho por se caracterizarem como logarítmicas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No Brasil, pesquisas a respeito da inserção de instrumentos matemáticos históricos no ensino básico e na formação inicial e continuada de professores de matemática estão em crescimento¹⁶. Dentre esses instrumentos, as Duas Réguas para Cálculo, são utilizadas para a realização de cálculos aritméticos, sendo um deles o de multiplicação, realizado por meio da aplicação de uma régua a outra, juntamente com o alinhamento dos fatores que estão sendo multiplicados para se obter o produto.

Dessa forma, a construção da escala dos Números contida nas réguas, embasada nos logaritmos, indica uma nova forma de realizar o cálculo da operação de multiplicação, distinguindo-se do algoritmo tradicional de multiplicação utilizado pelos alunos na maioria das vezes. Sendo assim, propõe-se a inserção das Duas Réguas para Cálculo na Educação Básica, como um recurso advindo da História da Matemática, a fim de, por meio de um tratamento didático, esse instrumento possa contribuir para a melhoria do ensino de aritmética no Brasil.

REFERÊNCIAS

- ALVES, V. B. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- CAJORI, F. **William Oughtred: a great seventeenth-century teacher of mathematics**. Chicago: The Open Court Publishing Company, 1916.
- CASTILLO, A. R. M.; SAITO, F. Algumas considerações sobre o uso do báculo (baculum) na elaboração de atividades que articulam história e ensino de matemática. In: SALAZAR, J. F.; GUERRA, F. U. **Investigaciones En Educación Matemática**. Lima: Fondo Editorial PUCP, 2016. p. 237-251.
- LIMA, A. C. B., *et al.* Primeiras impressões contextuais das duas réguas para cálculo de William Oughtred (1574-1660) na interface entre História e ensino de Matemática. **Matemática e Ciência: construção, conhecimento e criatividade**, [S.L.], v. 4, n. 2, p. 47-66, 23 dez. 2021. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais.

¹⁶ Alves (2019), Martins (2019) e Santos (2022).

LIMA, A. C. B.; SOARES, K. da C.; PEREIRA, A. C. C. Aspectos históricos e matemáticos incorporados na construção da escala dos Números de William Oughtred (1574-1660). In: COSTA, E. A. da S.; FREITAS, B. M.; DANTAS, J. P. (org.). **Diálogos entre escola e universidade na formação continuada**. Fortaleza: Imprece, 2022. Cap. 6. p. 94-109.

LIMA, A. C. B.; SOARES, K. da C.; PEREIRA, A. C. C. Diálogo sobre os conhecimentos aritméticos contidos na manipulação das duas réguas para cálculo de William Oughtred. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros (MG), v. 7, p. 1-18, jul. 2023. Anual.

MARTINS, E. B. **Conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das barras de calcular de John Napier descritas no tratado Rabdologiae de 1617**. 2019. 104 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – Ifce, Fortaleza, 2019.

OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment**. London: Augustine Mathewes, 1633.

OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment**. London: Elias Allen, 1639.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Possíveis fontes para a História da Matemática: Explorando os tratados que versam sobre construção e o uso de instrumentos “matemáticos do século XVI”. In: **Anais do 13 Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia _ FFLCH USP**, v. 13, p. 1099-1110, 2012.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, [S. l.], v. 3, n. 1, 2016.

SANTOS, A. G. dos. **Os aspectos matemáticos relacionados à média geométrica que emergem a partir da manipulação da escala dos números (1623) elaborada por Edmund Gunter com licenciandos em matemática**. 2022. 222 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – Ifce, Fortaleza, 2022.

Submetido em: 1º de julho de 2023.

Aprovado em: 27 de julho de 2023.