

REFLEXÕES SOBRE OS POLIEDROS DE PLATÃO EM LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO A LUZ DA PESQUISA HISTORIOGRÁFICA

Davidson Paulo Azevedo Oliveira¹
Roseli Alves de Moura²
Ana Paula Perovano³

RESUMO

Os livros didáticos de Matemática têm suscitado o interesse de pesquisadores em Educação Matemática devido ao seu papel desempenhado nas práticas escolares. Neste artigo temos por objetivo refletir sobre o conteúdo Poliedros de Platão em livros destinados ao Ensino Médio aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático sob o viés da pesquisa historiográfica. Essa perspectiva nos trouxe inquietações no que tange à como esse conteúdo é apresentado nos livros didáticos, sobretudo destacamos equívocos históricos e anacronismos ao afirmarem que os Poliedros de Platão não são poliedros regulares.

Palavras-chave: Livros Didáticos de Matemática. Pesquisa Historiográfica. Poliedros de Platão.

INTRODUÇÃO

Os livros didáticos de Matemática vêm despertando a atenção de pesquisadores em Educação Matemática compondo a agenda atual de reflexões, possivelmente pelas atribuições que ocupa nos processos de ensino e de aprendizagem (GUIMARÃES; PEROVANO, 2023). Estes materiais didáticos têm um papel relevante na definição do que e como a Matemática é ensinada nas escolas (CHARALAMBOUS, *et al.* 2010).

Frente a essa importância do livro didático como um material relevante para a prática docente, pesquisas que tomam esse material como objeto de investigação possuem diferentes perspectivas, como os conteúdos, as metodologias de ensino propostas, as utilizações, entre outros aspectos (FAN *et al.*, 2013; REZAT *et al.*, 2019). Dentre elas, a análise de conteúdo do livro tem sido o foco da maioria das pesquisas. Trata-se de uma “perspectiva importante, dado o impacto desse recurso na prática pedagógica e nas relações curriculares, possibilitando a

¹ Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais. Doutor em Educação Matemática pela UNESP – Rio Claro. E-mail: professordavidsonoliveira@gmail.com

² Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, Rio de Janeiro. Doutora em Educação Matemática-PUC SP. E-mail: roseli.matematica@gmail.com

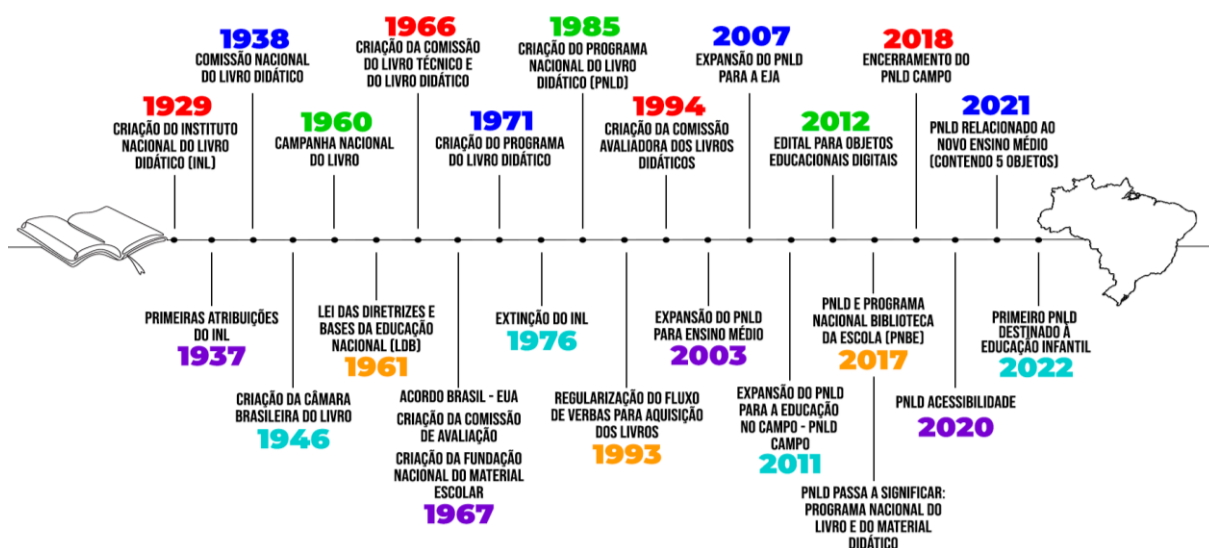
³ Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, Bahia. Doutora em Educação Matemática pela UNESP- Rio Claro. E-mail: apperovano@uesb.edu.br

investigação de diversos fenômenos relacionados aos conceitos e procedimentos da Matemática escolar e às tarefas propostas, entre outros olhares” (PEROVANO, 2022, p. 28).

Assim, nosso objetivo neste artigo é refletir sobre o conteúdo Poliedros de Platão em livros destinados ao Ensino Médio aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático sob o viés da pesquisa historiográfica.

De acordo com Moreira e Silva (2011), foi a partir deste século XX, que o livro didático ganhou um novo significado social, cultural de político nunca visto, com a democratização do ensino e o Governo Federal como principal comprador. A Figura 1 sintetiza os marcos cronológicos Políticas Públicas acerca do Livro Didático.

Figura 1 – Marcos cronológicos Políticas Públicas acerca do Livro Didático.



Fonte: Amaral-Schio *et al.*, (2022, p. 45).

A cronologia apresentada na Figura 1, evidencia as mudanças significativas relacionadas a política do livro didático até que o atual programa possuísse o seu formato atual. Certamente essas mudanças trouxeram implicações às edições do livro didático, mas esse não será o nosso foco de discussão.

O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) nasceu como fruto das políticas educacionais que tratam sobre o livro didático e existem desde a década de 1930 (MAZZI; AMARAL-SCHIO, 2021). Este programa atualmente está sendo regido pelo Decreto 9.099, de 18 de julho de 2017 (BRASIL, 2017) que regulamenta e conduz os processos relacionados a esse material, desde a chamada pública pelos editais, até sua distribuição

sistemática, regular e gratuita⁴ para as escolas públicas, instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos conveniadas com o Poder Público (BRASIL, 2017).

Como os livros didáticos, aprovados no âmbito deste programa, encontram-se presentes de forma expressiva nas escolas públicas de todo o território nacional (BRASIL, 2022), consideramos pertinente ampliar o debate acerca desse material curricular, em nosso caso, olhar para o conteúdo Poliedros de Platão.

Esclarecemos que escolhemos olhar para este material a partir da perspectiva pesquisa historiográfica devido à nossa trajetória na pesquisa enquanto Historiadores da Matemática (os dois primeiros autores) e pesquisadora em livros didáticos, a terceira autora.

ENTENDENDO OS POLIEDROS EM TIMEU E EUCLIDES

Em nossa prática docente temos nos deparado com controvérsias, tanto ao que se refere às definições matemáticas quanto à história dos poliedros ditos platônicos, aspectos que nos detivemos principalmente.

Sob o ponto de vista histórico-filosófico, tais sólidos receberam o nome de platônicos, em função do possível monólogo do personagem Timeu, apresentado por Platão, na obra que leva seu nome, datada aproximadamente século IV a.E.C. Contudo, é importante sinalizar que a maioria das evidências históricas relacionadas a tais escritos e fragmentos datam principalmente de fontes de quase novecentos anos após esse período. Sobre isso, destaca-se o estudioso Próclus (410-485), que credita à Teeteto, filósofo pitagórico, a descoberta de tais sólidos.

Por sua vez, apesar de não sabermos se Timeu realmente existiu ou se foi uma invenção de Platão como forma de não fugir à dialética como forma de expressão de ideias, depreende-se de tais escritos, que um dos objetivos do autor foi associar cada um dos elementos da natureza, como terra, ar, água e fogo, com um poliedro regular. O monólogo é iniciado a partir da apresentação do tetraedro:

Começaremos pela primeira espécie, constituída como a mais pequena; o seu elemento é o triângulo cujo comprimento da sua hipotenusa é o dobro do lado mais pequeno. Se justapusermos dois destes triângulos pela sua diagonal, fazendo isto três vezes, fixando no mesmo ponto – que servirá de centro – as diagonais e os lados mais pequenos, será gerado um único triângulo equilátero a partir de um número de seis triângulos. Quatro desses triângulos constituídos

⁴ Litoldo (2021) ressalta que a gratuidade dos livros didáticos distribuídos pelo PNLD é custeada pela sociedade, com recursos do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) provenientes de várias fontes, “como de impostos de loterias e, principalmente, do salário-educação, um tributo de 2,5% descontado da folha de pagamento das empresas” (SNOVARSK; MILANI, 2019, p. 2).

por quatro lados iguais, unidos a três ângulos planos, formam um único ângulo sólido que é gerado imediatamente a seguir ao mais obtuso dos ângulos planos. Uma vez formados quatro ângulos desse tipo, está composta a primeira figura sólida, que divide um todo esférico em partes iguais e semelhantes (PLATÃO, 2011, p. 143, grifo nosso).

Nesta primeira definição constatamos que o poliedro apresentado por Platão, representado pelo tetraedro, era uma figura regular. A partir daí, inicia-se no diálogo a descrição dos demais poliedros, a saber, octaedro e icosaedro:

A segunda figura é formada a partir dos mesmos triângulos, combinando-se oito triângulos equiláteros que produzem um só ângulo sólido a partir de quatro ângulos planos; e quando se geram seis ângulos deste tipo, o segundo corpo está deste modo terminado. A terceira figura é constituída pela conjunção de cento e vinte triângulos elementares e de doze ângulos sólidos, cada um dos quais envolvido por cinco triângulos planos equiláteros, e é gerada com vinte bases que são triângulos equiláteros (PLATÃO, 2011, p. 143-144, grifo nosso).

Sem dúvida, a visualização dos poliedros não é fácil, contudo, sabe-se que Euclides, como iremos abordar posteriormente, parte destes pressupostos apontados em *Timeu* para construir estas figuras. Importante lembrar, embora não seja nosso objetivo neste trabalho, que *Timeu* vincula os poliedros octaedro e icosaedro aos elementos ar e água, respectivamente,

Sobre o dodecaedro, quinto sólido platônico, pouco escreve Platão “Faltava ainda uma quinta construção que o deus utilizou para organizar todas as constelações do céu.” Em notas de rodapé, o tradutor comenta:

Esta figura geométrica, constituída por 12 faces, sendo cada uma delas um pentágono (cf. Euclides 11.28), aproxima-se bastante da forma da esfera. Sabendo que no Fédon (110b) o formato esférico da Terra é comparado às ‘doze esferas’ (uma espécie de bolas feitas com doze pedaços de pele cosidos uns com os outros) e que os símbolos do Zodíaco são também 12 e representados de forma geometricamente semelhante, a relação parece-nos óbvia; na verdade, Plutarco, nas Questões Platônicas (1003C-D), citando este passo do *Timeu*, diz que a representação do Zodíaco se deve precisamente a esta relação (PLATÃO, 2011, p. 144).

O caráter metafísico atribuído sobretudo ao poliedro dodecaedro, tem sido explorado sob inúmeras perspectivas. O astrônomo alemão Johannes Kepler (1571-1630) tentou, inclusive, associar os sólidos platônicos aos planetas que eram conhecidos na época, como também:

[...] e o cosmos ao redor tem a forma de um dodecaedro. Kepler associou as doze faces do dodecaedro com os doze signos do zodíaco. Muito mais significativamente, Kepler associou as distâncias dos planetas ao sol com as relações dos sólidos platônicos alinhados (AARTS, 2008, p. 299, tradução nossa).

Posteriormente, por volta de III a.E.C., Euclides, em seu o Livro XI de *Os Elementos*, que trata da geometria sólida, apresenta 28 definições acerca de ângulos no espaço, figuras tridimensionais e semelhanças entre figuras. As quatro últimas definições são relacionadas aos poliedros regulares, a saber:

25. Cubo é uma figura sólida contida por seis quadrados iguais.
26. Octaedro é uma figura sólida contida por oito triângulos iguais e equiláteros.
27. Icosaedro é uma figura sólida contida por vinte triângulos iguais e equiláteros.
28. Dodecaedro é uma figura sólida contida por doze pentágonos iguais e equiláteros e equiângulos (EUCLIDES, 2019, p. 483, grifo nosso).

Mais adiante, no Livro XIII, ele apresenta uma descrição matemática dos sólidos, em que particularmente, nas proposições de 13 a 17, descreve as construções do que considera os cinco, e únicos poliedros platônicos: tetraedro, octaedro, hexaedro, icosaedro e dodecaedro:

Proposição XIII: Construir uma pirâmide e contê-la pela esfera dada e provar que o diâmetro da esfera é, em potência, uma vez e meia o lado da pirâmide.

Proposição XIV: Construir um octaedro e contê-lo por uma esfera, como nas coisas anteriores, e provar que o diâmetro da esfera é, em potência, o dobro do lado do octaedro.

Proposição XV: Construir um cubo e contê-lo por uma esfera, como a pirâmide, e provar que o diâmetro da esfera é, em potência, o triplo do lado do cubo.

Proposição XVI: Construir um icosaedro e contê-lo por uma esfera, como as figuras anteriormente ditas, e provar que o lado do icosaedro é uma irracional, a chamada menor.

Proposição XVII: Construir um dodecaedro e contê-lo por uma esfera, como as figuras anteriormente ditas, e provar que o lado do dodecaedro é uma irracional, o chamado apótomo⁵ (EUCLIDES, 2009, p. 577-586).

Descrevendo e caracterizando matematicamente as propriedades de uma esfera circunscrita a cada um dos sólidos, a partir da proporção entre o diâmetro da mesma e o comprimento da aresta do referido sólido, Euclides, na proposição XVIII, demonstra a inexistência de outros poliedros regulares, que não sejam os apontados nas proposições anteriores; “portanto, as cinco ditas figuras, uma outra figura sólida não será construída, contida por equiláteras e também equiângulas; o que era preciso provar” (EUCLIDES, 2009, p. 592).

Em síntese, mesmo que tais escritos tenham surgido séculos após os históricos personagens e suas obras, não há evidências de que os poliedros, denominados platônicos, sejam não regulares e, em número superior a cinco.

⁵ Conforme explica o próprio Euclides, apótomo é o lado do dodecaedro e representa um número irracional.

OS LIVROS DIDÁTICOS E A DEFINIÇÃO DE POLIEDROS DE PLATÃO

A partir da análise de alguns livros didáticos em relação aos Poliedros de Platão sob o viés da História da Matemática, observamos controvérsias em relação ao apontado em registros históricos e os livros didáticos aprovados pelo PNLD, como nos deteremos a seguir.

Porém, antes de enveredarmos em tais pontos, faz-se necessário considerarmos as possibilidades de anacronismo em estudos históricos. Como destaca Barros (2017), ao eleger a inadequação anacrônica, podemos ter uma narrativa histórica catastrófica ou interpretações equivocadas. Segundo o mesmo temos o anacronismo que parte “de hoje para ontem”, referindo-se à tentativa de analisar ou descrever processos históricos do passado utilizando expressões ou construções de conceitos que não existiam no dado período. Este estranhamento verificamos, por exemplo, em nossas análises, ao observarmos que de forma deliberada, alguns livros didáticos definem poliedros platônicos a partir da famosa Relação de Euler, oriunda do século XVIII.

Para além da própria definição de quaisquer objetos matemáticos, é fato que se torna incoerente definirmos algo que ocorreu *a priori*, a partir de descobertas que tenham ocorrido *a posteriori*, conforme definição de Andrade (2020), autora de um dos livros didáticos analisados. Segundo a autora, um poliedro convexo é chamado Poliedro de Platão, se e somente se, satisfaz as condições a seguir: Todas as faces têm a mesma quantidade n de arestas; de cada vértice do poliedro parte a mesma quantidade m de arestas; vale a relação de Euler (ANDRADE, 2020, p. 53).

Depreende-se desta definição que, a existência de um poliedro de Platão se mostra subordinada à relação de Euler, a qual, como sabemos, trata-se de uma validação que surgiu mais de dois milênios após a publicação da obra *Timeu*. Segundo essa mesma perspectiva, Souza e Garcia (2016), autores de outro livro didático analisado, corroboram que, para que um poliedro seja de Platão, a relação de Euler deve ser válida. Em nosso entendimento, verifica-se um anacronismo “de hoje para ontem” segundo a concepção de Barros (2017).

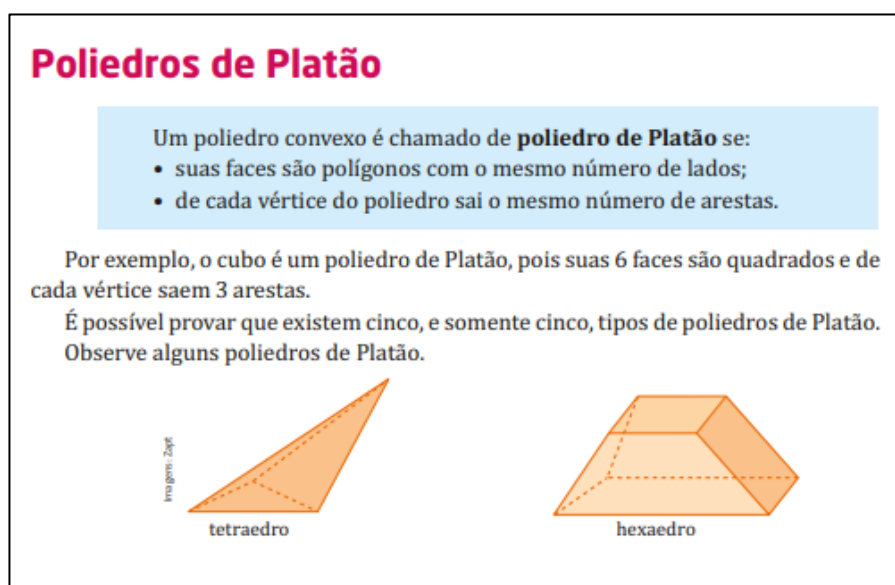
Em nossas constatações não foi nosso propósito identificar possíveis razões e períodos que esta, e outras controvérsias, tenham se estabelecido no ensino de matemática no Brasil. Contudo, escolhemos apresentar algumas figuras, somente a partir de um dos livros analisados, que traz narrativa distorcida sobre esse tema. Atentemos para a definição a seguir:

Para que um poliedro seja considerado um poliedro de Platão, é necessário que as faces do poliedro tenham o mesmo número de arestas, em todos os vértices concorra o mesmo número de arestas e seja válida a relação de Euler. Assim, os poliedros de Platão englobam todos os poliedros regulares convexos, e existem somente cinco classes de poliedros, de Platão: tetraedros,

hexaedros, octaedros, dodecaedros e icosaedros. Nos poliedros de Platão, as faces não precisam ser polígonos regulares; assim, nem todo poliedro de Platão é regular. (BONJORN, JUNIOR e SOUSA, 2020, p. 81, grifo nosso).

Na mesma direção, Andrade (2020, p. 54) enfatiza que “Todo poliedro regular é um poliedro de Platão, mas nem todo poliedro de Platão é regular”. Atenta-se nestas obras, que os poliedros de Platão, não precisam, necessariamente serem formados com faces de polígonos regulares, definição que compactuam outros autores, dentre eles Smole (2016), como pode ser verificado mediante observação dos exemplos apresentados na Figura 2.

Figura 2 – Poliedros de Platão

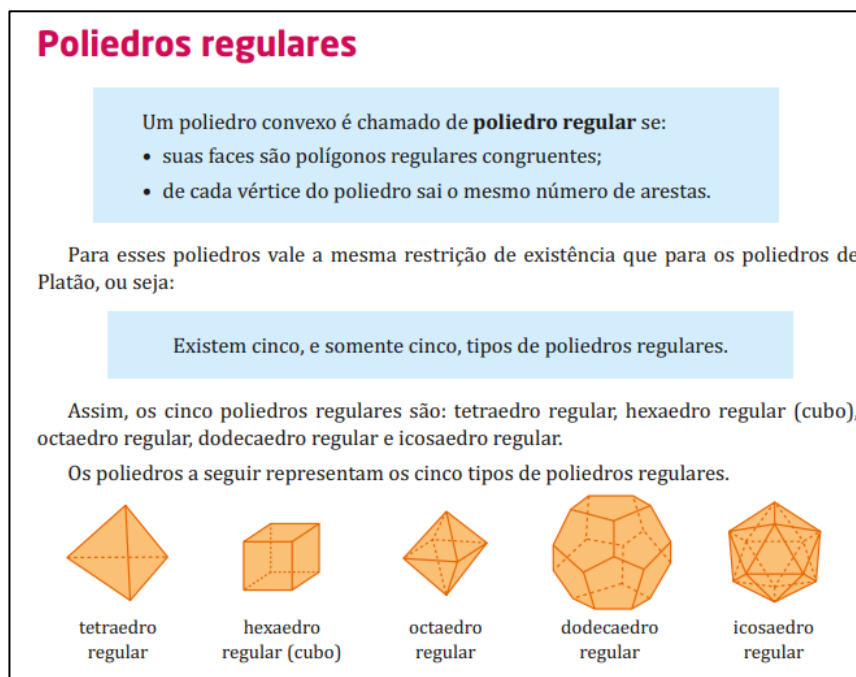


Fonte: Smole (2016, p. 153)

Percebe-se, claramente, da Figura 2, definições contraditórias em relação às definições de Euclides contidas no Livro XI, como apontamos anteriormente. A autora considera, e aponta imagens como exemplos, em que os poliedros tetraedro e hexaedro não possuem lados equiláteros, necessariamente, para serem considerados platônicos.

São inúmeros os autores de livros didáticos aprovados pelo PNL D que se orientam sob a mesma perspectiva. Na Figura 3 torna-se explícita a consideração de Smole (2016) que poliedros regulares se inserem em um subconjunto dos que ela considera poliedros de Platão, já apontado na Figura 2, contrastando com o que destacamos na obra Platão (2011).

Figura 3 – Poliedros Regulares



Fonte: Smole (2016, p. 154)

Quando, como e por que, tais engodos e anacronismos referentes aos poliedros de Platão se originaram em livros didáticos da educação básica não foi objeto de nossa análise, que se restringiu a identificar tais fatos. Entretanto, Hoyrup (1991) avança uma justificativa considerando livros de História da Matemática, e que pode ter relação com o que acontece com os livros didáticos avaliados pelo PNLD. Segundo o pesquisador, os autores de histórias gerais tendem a se pautar em literatura secundária escrita por especialistas e a dar ênfase a aspectos modernizadores dessa exposição, que se mostram dominados por erros reais: um dos possíveis motivos para o surgimento de alguns imbróglis na escrita da história para o ensino (HOYRUP, 1991).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Aqui nosso propósito foi refletir sobre o conteúdo Poliedros de Platão em livros destinados ao Ensino Médio aprovados pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático sob o viés da pesquisa historiográfica. Destacamos que não temos a pretensão de julgar o mérito dos livros didáticos aprovados pelo PNLD, mas apresentar possibilidades para uma abordagem contextualizada de conteúdos matemáticos.

Sobre isso, ao nos determos na bibliografia dos livros discutidos em nosso texto notamos

que, em sua maioria, se baseiam em compêndios de livros de História da Matemática e/ou historiografia tradicional, que tem sido colocada em xeque nas últimas décadas pela historiografia contemporânea. Sobre esta, observamos o aumento de estudos críticos que levam em conta inúmeros fatores na escrita da história, que favorecem a percepção de difusões de equívocos e anacronismos, como os que Hoyrup faz referência.

Contudo, constatamos que, apesar de documentos oficiais que regem a educação no país apregoarem quanto a tais pontos, passíveis de substituírem abordagens anacrônicas e simplistas, tais fatos não se verificam. Com relação aos Poliedros de Platão não serem considerados poliedros regulares, necessariamente, por um grande número de autores de livros didáticos, há que se investigar sistematicamente quanto às razões que levaram a tais afirmações equivocadas.

REFERÊNCIAS

- AARTS, J. M. **Plane and Solid Geometry**. Trad. ERNE, Reinie. Springer, 2008.
- AMARAL, R. B. *et al.* **Livro didático de matemática: compreensões e reflexões no âmbito da Educação Matemática**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2022.
- ANDRADE, T. M. **Matemática Interligada – Geometria espacial e plana**. São Paulo: Editora Scipione, 2020.
- BONJORNO, J. R.; JUNIOR, J. R; SOUSA, P. R.C. **Prisma matemática: Geometria: Ensino médio: área do Conhecimento: matemática e suas tecnologias– 1. ed.** – São Paulo: Editora FTD, 2020.
- BRASIL. **Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017**. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, ano 154, n. 137, p. 7-8, 19 jul. 2017.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Censo da Educação Básica 2022: notas estatísticas**. DF, Brasília: INEP, 2022.
- CHARALAMBOUS, C. Y.; et al. A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. **Mathematical thinking and learning**, v. 12, n. 2, p. 117-151, 2010. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10986060903460070>. Acesso em 10 jun. 2020.
- EUCLIDES. Os **Elementos**. Tradução de Irineu Bicudo. São Paulo: UNESP, 2009.
- FAN, L; *et al.* Textbook research in mathematics education: developmentstatus and directions. **ZDM**, [s.l.], v. 45, n. 5, p. 633-646, 2013.
- GUIMARÃES, D. R.; PEROVANO, A. P. Discussões sobre livros e materiais didáticos nas Licenciaturas em Matemática das universidades estaduais paulistas: revelações de seus Projetos Pedagógicos de Curso. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 14, n. 1, p. 1-24, 2023.

HOYRUP, J. Changing trends in the historiography of mesopotamian mathematics – Na insider’s view, Revised Contribution to the Conference “Contemporary Trends in the Historiography of Science”. Corfu: May 27, June 1, 1991

MOREIRA, K. H.; SILVA, M. **Um inventário**: o livro didático de História em pesquisas (1980 a 2005). São Paulo: Editora: Unesp, 2011.

PLATÃO. Timeu-Crítias. Trad. LOPES, Rodolfo. **Coleção Autores gregos e Latinos**. Centro de Estudos Clássicos e Humanísticos. Universidade de Coimbra. Faculdade de Letras. 2011.

PEROVANO, A. P. **Perspectivas de professores sobre a escolha do livro didático de matemática**. 2022. 284 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2022.

REZAT, S; *et al.* (org.). **Proceedings of the Third International Conference on Mathematics Textbook Research and Development (ICMT-3)**. Paderborn, Germany: Universitätsbibliothek Paderborn, 2019.

SOUZA, J.; GARCIA, J. **#Contato matemática**, 2º ano. 1ed. São Paulo: FTD. 2016.

SMOLE, K. S. DINIZ, M. I. **Matemática para compreender o mundo**. 1 ed. São Paulo: Saraiva, 2016

Submetido em: 16 de março de 2023.

Aprovado em: 1º de julho de 2023.