RHMP
REVISTA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA PROFESSORES

ISSN: 2317-9546 ***e*-ISSN**: 2675-715X

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES DA ORIGEM DO π NAS MEDIÇÕES DO CÍRCULO

Mariana da Silva Soriano[1]
Márcio de Albuquerque Vianna[2]

RESUMO

Este artigo aborda concepções acerca da aprendizagem significativa nas aulas de matemática. O objetivo deste estudo foi contribuir no ensino de matemática através de propostas de atividades destacando o contexto histórico da origem do número π (pi) e de conceitos como o comprimento da circunferência e a área do círculo, idealizados por Arquimedes. A justificativa desse trabalho se dá através da inquietação acerca da memorização de fórmulas matemáticas por parte dos estudantes, sem a compreensão das ideias por trás dos conceitos, ocasionada, muitas vezes, devido à forma como objetos de estudo são lecionados. A questão colocada é: como desenvolver uma aula em que os conhecimentos matemáticos tenham significado para os alunos? Refletir sobre a eficácia de abordagens metodológicas que fazem uso da História da Matemática no ensino e da tecnologia nas aulas de matemática, pode ser um caminho para se atingir a aprendizagem significativa nessa disciplina.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa; Educação Matemática; História da Matemática; Recursos Tecnológicos.

INTRODUÇÃO

A motivação para o desenvolvimento desse trabalho se deu a partir de uma inquietação no que diz respeito à memorização de fórmulas nas aulas de matemática, por parte dos alunos, sem uma compreensão das ideias que estão por trás dos conceitos. Por vezes, essa memorização está relacionada à forma que o conteúdo é lecionado pelos professores, sem que haja uma contextualização.

O objetivo desse artigo é contribuir com o ensino de matemática através de propostas de atividades destacando o contexto histórico em que conceitos, como o comprimento da circunferência e a área do círculo, foram idealizados por Arquimedes, fazendo o uso da tecnologia a favor do professor para um melhor entendimento por parte dos alunos, buscando uma aprendizagem significativa nas aulas de matemática, ou seja, estabelecendo relações entre o que aprendeu na disciplina com o que já conhece no seu cotidiano, como salientado por Coll (1994).

[1] Professora CEEANO, Rio de Janeiro, RJ. Mestranda pelo PPGEduCIMAT – UFRRJ. Licenciada em Matemática pela UFRRJ. E-mail: mariana_soriano7@hotmail.com.
[2] Professor UFRRJ/IE - Depto. de Teor. e Planej. de Ensino-Professor Adjunto III. Doutor pelo PPGCTIA – UFRRJ. Mestre pela Universidade Santa Úrsula. Licenciado em Matemática pela UCB. E-mail: albuvianna@uol.com.br.

Esse artigo está organizado como segue: a seção Aprendizagem significativa discorre sobre a origem da aprendizagem significativa no Brasil, perpassando por sua definição, evidenciando que a questão central está na aprendizagem do aluno. É importante destacar que o professor tem um papel fundamental para que o aluno consiga atribuir um significado ao objeto de estudo.

Em seguida, é relatado o diálogo entre a aprendizagem significativa e a educação matemática, buscando expor o que é necessário para que a postura do aluno nas aulas de matemática esteja relacionada com o enfoque em profundidade. Ademais, é discutido na seção referente à tecnologia na educação sobre a importância do domínio da tecnologia por parte dos professores imersos na cultura digital.

Por fim, são propostas atividades que fazem uso da História da Matemática e do *Software* de Matemática Dinâmica *GeoGebra* em busca de uma aprendizagem significativa nas aulas de matemática.

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

No final dos anos 70 o Movimento das Concepções Alternativas – MCA foi impulsionado em países da Europa e do continente americano, incluindo o Brasil (COLINVAUX, 2008). A principal característica do MCA é transferir o enfoque do polo do ensino para o polo da aprendizagem. Colinvaux (2008) destaca que a justificativa para o deslocamento da atenção para a aprendizagem se deu devido ao objetivo de buscar compreender como se realiza o processo escolar de aprendizagem, averiguando os obstáculos enfrentados pelos alunos nas aulas de Ciências.

Ademais, o MCA sustenta-se na aprendizagem significativa. Coll (1994), salienta que na aprendizagem significativa - expressão originalmente proposta por David Ausubel[3] - o aluno compreende um conteúdo quando consegue lhe atribuir um significado, ou seja, quando é capaz de estabelecer relações entre o que aprendeu com o que já conhece. Na aprendizagem significativa, é pertinente levar em consideração a forma como o professor apresenta a tarefa, mas também é importante a interpretação do aluno, bem como o seu autoconhecimento acadêmico, os seus hábitos de estudo e trabalho, os seus estilos de aprendizagem, entre outros aspectos.

Marton (1981) e Entwistle e Ramsden (1983) designaram três posturas que os

[3] Para uma apresentação das ideias de Aprendizagem Significativa ver AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. Educational Psychology. New York: Holt, Rinehart & Wiston, 1983.

estudantes podem ter em relação aos objetos de estudo em sala de aula, são eles: enfoque em profundidade, enfoque superficial e enfoque estratégico. No enfoque em profundidade o estudante possui um grau de interesse considerável acerca do conteúdo estudado, sendo realizada a aprendizagem significativa. Já no enfoque superficial a preocupação do aluno está voltada para o êxito nas avaliações, buscando a memorização do conteúdo para alcançar seu objetivo. Por fim, o enfoque estratégico está diretamente relacionado ao receio do fracasso (COLL, 1994).

Pode-se afirmar que o grande objetivo dos professores é que a postura do estudante esteja intrinsicamente relacionada ao enfoque em profundidade. No entanto, para que a intencionalidade do aluno seja elevada é imprescindível que o mesmo esteja motivado em aprender e essa motivação muitas vezes está relacionada à habilidade do professor em atrair a atenção desse aluno em sala de aula, fazendo com que o estudante relacione o novo material de aprendizagem com o conhecimento já adquirido. Vale ressaltar que a motivação do aluno em sala de aula não está relacionada somente a forma como o professor leciona o conteúdo, podendo haver fatores internos e externos à escola que influenciam em seu rendimento.

A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Schmidt, Pretto e Leivas (2016) citam que a matemática é significativa para o estudante quando ele consegue relacionar os conteúdos aprendidos na disciplina com as demais matérias, com o seu cotidiano e com os diferentes temas matemáticos.

Na Educação Básica é comum um conteúdo aprendido nas aulas de Matemática servirem como base em outras disciplinas. Física, Biologia, Química, Geografia são exemplos de disciplinas que, por vezes, se sustentam na Matemática. No entanto, um grande obstáculo para que o estudante não consiga fazer conexões entre a matemática e o mundo a sua volta é a forma descontextualizada que a Matemática é lecionada.

Becker (2019 apud FLORES; LIMA, 2021) afirma que tradicionalmente o ensino de matemática é voltado para a mecanização e repetição de procedimentos, ou seja, o aluno aprende ao repetir algoritmos na prática de exercícios. Por vezes, os alunos memorizam fórmulas que desconhecem a origem, aplicam em exercícios desconexos com a sua realidade, utilizando técnicas de resolução comumente conhecidas como algoritmos. Dessa forma, o aluno não enxerga significado no conteúdo lecionado, além de não considerar a disciplina como uma construção humana, vislumbrando a Matemática como algo que surgiu e não que foi criado, a partir das necessidades do cotidiano, após erros e acertos.

Fernandes e Healy (2020) destacam que é comum nas aulas de Matemática a hegemonia do simbólico favorecendo a abstração em detrimento de práticas experimentais. Assim, faz-se necessário que, os professores evidenciem a disciplina como criação humana, mostrando que não foi desenvolvida por um gênio, desmistificando assim que poucos são capazes de compreendê-la. Ao utilizar recursos didáticos-pedagógicos para mostrar aos alunos a origem das fórmulas e o desenvolvimento do raciocínio dos matemáticos em seus respectivos contextos, o conhecimento estará carregado de significado, podendo assim ser mais valorizado por aqueles que dele se apropriam.

A TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO

A partir dos anos 2000, muitos movimentos se debruçaram na inclusão de recursos tecnológicos digitais no cotidiano escolar, com um enfoque no aparelhamento das escolas, sem promover efetivamente a formação docente e o desenvolvimento de concepções de uso para a construção do conhecimento (PESCADOR; FLORES, 2013 apud CERIGATTO; NUNES, 2020).

É comum o pensamento de que é suficiente a obtenção dos aparelhos tecnológicos no meio escolar para um melhor rendimento no que concerne a produção/construção de conhecimento. No entanto, torna-se necessária uma formação continuada para os profissionais da educação, pois, dessa forma, poderá haver uma articulação entre a exploração da tecnologia, a ação pedagógica com o uso da tecnologia e as teorias educacionais.

É comum ouvir relatos de professores sobre a dificuldade dos alunos nas aulas de geometria acerca da visualização. *Softwares* de geometria/matemática dinâmica podem contribuir para uma melhor visualização através de diversos ângulos, permitem a construção e o manejo de objetos matemáticos nos aparelhos tecnológicos contribuindo assim com uma melhor aquisição do conhecimento matemático (PEREIRA, 2021 apud BAIRRAL e MARQUES, 2016).

Outrossim, ainda no que concerne a Educação Matemática, Cirillo e Herbst (2010) destacam a importância da expansão das justificativas e demonstrações matemáticas, sendo o software de geometria/matemática dinâmica um grande aliado nessa expansão (BAIRRAL; MARQUES, 2016). Um exemplo de *software* de matemática dinâmica é o *GeoGebra*, que permite ao usuário construir, manipular ou visualizar figuras geométricas, gráficos, entre outros recursos. Em suas últimas atualizações, o site do *GeoGebra* permitiu aos navegantes a criação de *applets*[4], que são pequenos *softwares* que executam uma atividade específica, dentro de outro programa maior. Os *applets* podem ser grandes facilitadores no aprendizado de conteúdos matemáticos.

PROPOSTAS DE ATIVIDADES

Nas aulas de Matemática, majoritariamente, não há o desenvolvimento de uma reflexão acerca das motivações que impulsionaram a construção dos conceitos matemáticos. Por vezes, os alunos se perguntam o porquê de estarem estudando determinado conteúdo e esse tipo de pergunta é consequência de uma aula de Matemática sem significado para o aluno, restringindo-se a memorização de fórmulas. Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam a importância da História da Matemática como ferramenta para a exploração de problemas:

> A própria História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática. (BRASIL, 1998, p.40)

A partir dessa perspectiva serão propostas atividades para o ensino de área e volume nas aulas de Geometria, a partir da aprendizagem significativa utilizando como recursos didáticos-pedagógicos a História da Matemática e o Software de Matemática Dinâmica *GeoGebra*[5].

A origem do número π e o comprimento da circunferência

O número π hoje conhecido, a partir de uma aproximação, como 3,14 teve origem através dos estudos de Arquimedes (250 a. C.) na Antiguidade. Oliveira e Gomes (2009) salientam que, embora houvesse evidência da concepção e/ou manipulação de muitas civilizações e matemáticos sobre o π, foram os gregos que conseguiram compreender e explicar o famoso número π como se conhece atualmente. Segundo Dellajustina e Martins (2014), Arquimedes tinha como objetivo na época calcular o comprimento de uma circunferência, e devido a essa necessidade, em um primeiro momento comprovou que todas

---

[4] Ver mais em: https://www.inf.pucrs.br/flash/lapro2/aula_applets.html#:~:text=Uma%20applet%20%C3%A9%20uma%20pequena,conter%20uma%20ou%20mais%20applets.

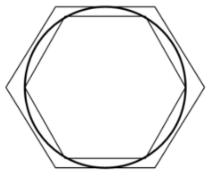
[5] Disponível em: https://www.geogebra.org/

as circunferências pertencem a um mesmo centro. Ou seja, a razão entre o comprimento (C) de uma circunferência e o seu diâmetro (2r, sendo r o raio da circunferência) será sempre igual a uma constante, descobrindo mais tarde que essa constante é o famoso π.

$$\frac{C}{2r} = Constante = \pi$$

Arquimedes utilizou o método geométrico que consistia em inscrever e circunscrever polígonos regulares no círculo de raio unitário (DELLAJUSTINA; MARTINS, 2014). Imagine uma circunferência e dois polígonos regulares de 6 lados, um inscrito e outro circunscrito a essa circunferência (Figura 1). O matemático trabalhou a partir dessa ideia, dobrando o número de lados até a utilização de um polígono de 96 lados. Ele acreditava que a medida da circunferência estava compreendida entre o perímetro do polígono inscrito e do polígono circunscrito de 96 lados.

Figura 1 – Hexágonos circunscrito e inscrito na circunferência



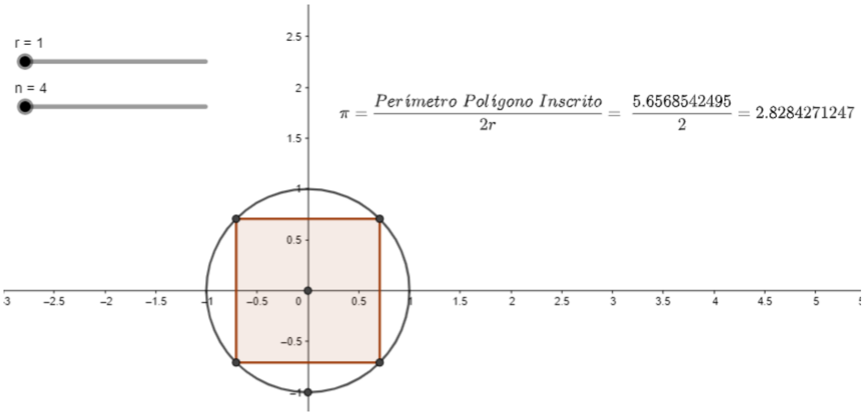
Fonte: Desenvolvido pelos autores através de um software de edição de imagens.

O matemático percebeu que se aumentasse o número de lados dos polígonos anterior, o comprimento da circunferência tende a coincidir com o perímetro do polígono (sendo 2p o perímetro do polígono menor e 2P o perímetro do polígono maior). Dessa maneira, Arquimedes chegou a seguinte aproximação para o valor de π, compreendido entre 3,1408... e 3,1428..., como a conhecida aproximação 3,14 com duas casas decimais:

$$\frac{2p}{2r} < \frac{C}{2r} < \frac{2P}{2r} \quad \Rightarrow \quad 3{,}1408 \ldots = \frac{220}{71} < \frac{C}{2r} = \pi < \frac{223}{70} = 3{,}1428 \ldots$$

Com o objetivo de remeter a ideia de Arquimedes, foi desenvolvido um *applet* a partir do software *GeoGebra* (Figura 2), com um enfoque no polígono inscrito na circunferência por motivos de uma possível melhor compreensão por parte dos alunos. No *applet* *r* é o raio da circunferência e *n* é o número de lados do polígono inscrito na circunferência, existindo a possibilidade de modificar esses valores.

Figura 2 – Ideia do método da exaustão idealizado por Arquimedes na Antiguidade



Fonte: Desenvolvido pelos autores. 2021. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/xdkxkgfr

Após essa conclusão, anos depois foi estipulado por William Jones[6], em 1707, que essa constante seria representada pela letra grega π (pi) para facilitar os cálculos. Dessa forma, pôde-se concluir que a fórmula do comprimento (C) da circunferência seria:

$$C = 2\pi r$$

Portanto, objetivando o enfoque em profundidade por parte dos alunos, é de suma importância que haja a contextualização acerca da construção histórica da origem do número π para o ensino da fórmula do comprimento da circunferência. É importante evidenciar que a partir de necessidades do cotidiano se deu a construção do conceito matemático aqui exposto. Utilizando o *software GeoGebra*, o estudante poderá entender a ideia exposta por Arquimedes na Antiguidade e, conhecendo o contexto do desenvolvimento, poderá enxergar significado em conteúdos que, se lecionados de forma memorística torna-se obsoleto para o aluno.

Entendendo que a utilização da tecnologia em sala de aula nem sempre é uma possibilidade, haja vista, a necessidade dos aparelhos tecnológicos e o acesso à internet, outra alternativa para o ensino do conteúdo exposto, também evidenciando sua construção histórica, seria seguir os seguintes passos:

I. Peça que os alunos selecionem tampas em formato circular (com diferentes tamanhos), um rolo de fita, régua e calculadora;
II. Com a tampa em mãos, o aluno deverá usar uma fita para envolver a tampa e assim medir o comprimento da circunferência referente a tampa com uma régua;
III. Em seguida, o aluno deverá fazer a medição do diâmetro dessa tampa com uma régua, sempre anotando os valores das medições;
IV. Por fim o aluno deverá dividir o comprimento da circunferência pelo seu

[6] Leia mais em https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/celebre-o-dia-do-pi/

diâmetro, tendo como resultado um valor aproximado para o número π.

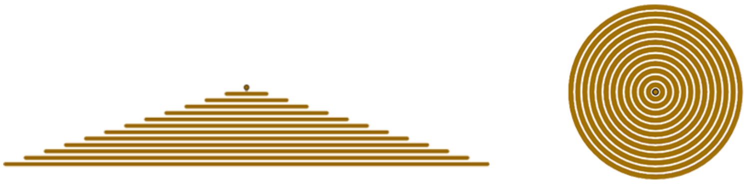
Durante a graduação, atuando pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), a autora desse artigo conheceu a atividade prática proposta acima. Em seu exercício profissional, como professora de turmas no Ensino Médio, aplicou a atividade algumas vezes como proposta de introdução ao conceito de comprimento da circunferência e obteve êxito, haja vista, a reação positiva de seus alunos para com a atividade e uma percepção de uma melhor compreensão por parte dos estudantes.

O comprimento da circunferência é importante também para a compreensão da área do círculo. Em busca de evidenciar sua construção histórica, esse conceito será exposto na próxima seção como uma possibilidade de abordá-lo, fazendo o uso da História da Matemática e da tecnologia nas aulas de matemática.

A área do círculo por Arquimedes

A partir das experiências profissionais dos autores, percebemos que é comum nas aulas de Geometria, os professores definirem a fórmula da área do círculo como πr^2, sem contextualizar a ideia por trás dessa fórmula. Arquimedes (287-212 a.C.) observou que a área do círculo é igual a área de um triângulo, em que a base desse triângulo é o comprimento da circunferência e a sua altura é igual ao raio do círculo (ÁVILA, 2001). Para ilustrar as ideias de Arquimedes (Figura 3) foi desenvolvido um *applet* a partir do *software GeoGebra*.

Figura 3 – Ideia da área do círculo idealizada por Arquimedes



Fonte: Desenvolvido pela autora. Disponível em: https://www.geogebra.org/m/wt8wn69y

Ao movimentar o controle deslizante em vermelho no *applet*[7] o triângulo (à esquerda na Figura 4) transforma-se no círculo (à direita na Figura 4). Como pode-se notar a base do triângulo coincide com o comprimento da circunferência e a altura do triângulo coincide com o raio do círculo. Dessa forma:

[7] Disponível em: https://www.geogebra.org/m/wt8wn69y

$$Área\ do\ triângulo = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \pi r^2 = Área\ do\ círculo$$

Portanto, ao se utilizar a História da Matemática, remetendo as motivações para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, e recursos tecnológicos para a compreensão da fórmula da área do círculo em detrimento da sua memorização, a aula de Geometria pode se tornar mais dinâmica e significativa para o aluno. Evidenciando que a fórmula não surgiu e sim foi construída através de uma lógica, o professor poderá conseguir motivar o aluno e, além disso, mostrará a matemática como uma construção humana, alcançando assim a aprendizagem significativa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conclui-se que o profissional da educação precisa conhecer seus alunos e seus contextos de vida, buscando motivá-los a um enfoque em profundidade na aquisição do conhecimento.

Após a conceituação das três posturas dos estudantes frente ao objeto de estudo, sendo elas: enfoque em profundidade, enfoque superficial e enfoque estratégico, buscou-se, em um segundo momento relacionar a aprendizagem significativa e a educação matemática, destacando como se alcançar a aprendizagem significativa na disciplina de matemática. Nas aulas de matemática, por vezes os alunos não conseguem relacionar a disciplina com o cotidiano e com as demais matérias devido a forma descontextualizada em que a disciplina é lecionada, tendo como consequência a escassez de significado por parte do aluno.

No que concerne à tecnologia na educação matemática, conclui-se que *softwares* podem contribuir para a construção do conhecimento matemático. Por fim, foram propostas de atividades para o ensino da origem do número π, evidenciando as ideias que impulsionaram essa origem através da História da Matemática, bem como o uso de recursos tecnológicos para um melhor entendimento. Em seguida, chega-se ao conceito de comprimento da circunferência, finalizando com a construção da fórmula da área do círculo idealizado por Arquimedes, utilizando o *software GeoGebra* para a compreensão da ideia de Arquimedes (250 a. C.) na Antiguidade.

Para que exista aprendizagem significativa na disciplina de matemática é necessário que haja a contextualização dos conteúdos com as ideias ou necessidades que estimularam seu desenvolvimento. A História da Matemática e os recursos tecnológicos são grandes aliados na busca do enfoque em profundidade por parte dos alunos.

REFERÊNCIAS

ÁVILA, G. **Euclides, Geometria e Fundamentos**. Revista do Professor de Matemática, n. 45, 2001.. Disponível em: https://rpm.org.br/cdrpm/45/1.htm. Acesso em: 06 ago. 2021

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: Ministério da Educação, 1998.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=85121-bncc-ensino-medio&category_slug=abril-2018-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 11 ago. 2021.

BAIRRAL, M. A. ; MARQUES, F. J. R. **Onde se localizam os pontos notáveis de um triângulo? Futuros professores de matemática interagindo no ambiente vmt com geogebra**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.18, n.1, pp. 111-130, 2016.

CERIGATTO, M. P.; NUNES, A. K. F. **O ensino de ciência e a cultura digital: proposta para o combate às *fake news* no novo ensino médio**. Revista de Educação, Ciências e Matemática, v. 10, n. 3, 2020.

COLINVAUX, Dominique. **Aprendizagem: as questões de sempre, a pesquisa e a docência**. Ciência em tela, v.1, nº 1, 2008.

COLL, C. Significado e Sentido na Aprendizagem Escolar. Reflexões em torno do conceito de aprendizagem significativa. IN: ____________ **Aprendizagem Escolar e Construção do Conhecimento**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2002, p. 145 – 159.

DELLAJUSTINA, F. J.; MARTINS, L. C. **Poderia Arquimedes ter calculado π com areia e um bastão?** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 36, n. 3, Joinville-SC, 2014.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. **Educação Matemática, um bem comunitário? Resistindo à normalização e a hegemonia do simbólico**. Boletim Gepem, n. 76, p. 202-220, 2020.

FLORES, J. B.; LIMA, R. V. M. **Educação em tempos de pandemia: dificuldades e oportunidades para os professores de ciências e matemática da educação básica na rede pública do Rio Grande do Sul**. **Revista Insignare Scientia-RIS**, v. 4, n. 3, p. 94-109, 2021

OLIVEIRA, J. C.; GOMES, C. C. **Números Irracionais e Transcendentes**. 2009. 61 f. TCC (Professor Especialista em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina e Universidade Virtual do Maranhão, Imperatriz, 2009.

SCHMIDT, G. M.; PRETTO, V.; LEIVAS, J. C. P. **História da matemática como recurso didático-pedagógico para conceitos geométricos**. Revista Caderno Pedagógico, Lajeado, v. 13, n. 1, 2016.

Submetido em: 02 de maio de 2022.
Aprovado em: 02 de agosto de 2022.