

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA: ATIVIDADES COM A ÁLGEBRA GEOMÉTRICA DE IBN TURK

Jéssica Targino Muniz¹
Giselle Costa de Sousa²

RESUMO

Esse artigo tem como foco a apresentação de um caderno de atividades como possibilidade de utilização da história da matemática em sala de aula. O produto educacional citado foi elaborado durante o mestrado profissional e utiliza a história da matemática como fonte de problemas para o estudo de equações quadráticas. Para isso, foi feita uma pesquisa de abordagem qualitativa sobre ‘Abd Al-Hamid Ibn Turk (século IX), um estudioso da civilização islâmica medieval, e ainda um estudo sobre uma de suas obras de modo a desenvolver atividades que explorem resolução geométrica de equações quadráticas e suas relações com a resolução algébrica delas. Vale ressaltar que a história da matemática foi utilizada em união às tecnologias digitais, especialmente ao *software* GeoGebra, que apoia os estudantes na investigação das questões propostas nos moldes da aliança como preconiza Sousa (2020). A forma como a perspectiva histórica foi utilizada possui potencial de enriquecer a bagagem intelectual dos estudantes, ressignificando o conceito e a forma de resolver equações quadráticas. Na formação docente, o caderno de atividades contribui para que os licenciandos tenham uma formação mais ampla sobre história da matemática, tecnologias digitais e investigação matemática enquanto tendências a serem utilizadas em sala de aula, além de proporcionar uma compreensão mais ampla para solução de problemas que envolvem equações quadráticas e temas relacionados.

Palavras-chave: ‘Abd Al-Hamid Ibn Turk. Ensino de Equações Quadráticas. História da Matemática. Sala de Aula.

INTRODUÇÃO

Esse trabalho discorrerá sobre possibilidades de utilização da história da matemática em sala de aula a partir de pesquisa que resultou na elaboração e aplicação de um caderno de atividades, intitulado **Conhecendo ‘Abd Al-Hamid Ibn Turk e sua resolução geométrica para equações quadráticas**. Esse produto educacional foi desenvolvido durante o mestrado profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECNM) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). O objetivo desse artigo, portanto, é apresentar os aspectos históricos da pesquisa supracitada e como estes estão vinculados ao escopo do caderno de atividades, disposto por completo na dissertação de Muniz (2020). Assim, são apontadas possibilidades de como a história da matemática pode ser usada na sala de aula exemplificando maneiras de exploração desse material.

O produto educacional em foco foi aplicado no contexto da formação inicial de professores de matemática tendo como objeto a história da matemática islâmica medieval a

¹ Universidade Federal da Paraíba (UFPB, Rio Tinto, Paraíba). Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela UFRN. E-mail: jessica.tar@hotmail.com

² Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN, Natal, RN). Doutorado - UFRN. E-mail: giselle.sousa@ufrn.br

partir da obra *Kitâb Al Jabr Wa'l Muqâbala*, de Ibn Turk. Salienta-se que apenas um capítulo dessa obra, intitulado Necessidades Lógicas em Equações Mistas, sobreviveu até os dias atuais e, com base nesse material, o foco desse artigo foi desenvolvido. Vale ressaltar que o caderno de atividades foi organizado nos moldes da aliança entre História da Matemática e Tecnologias Digitais via Investigação Matemática (SOUSA, 2020) de modo que envolve a exploração de problemas que podem ser investigados por meio de tecnologias digitais (TD).

Desse modo, o caderno de atividades foi construído com o intuito de oportunizar, na formação docente, uma percepção diferente do conteúdo de equação quadrática e conhecimentos mais aprofundados no que tange à utilização da história da matemática (HM), tecnologias digitais (TD) e investigação matemática (IM) nas escolas. Fossa, Mendes e Valdés (2006) lamentam a ausência ou pouca participação da HM na formação universitária do Brasil. Miguel e Miorim (2011) apontam vários argumentos para a utilização da história da matemática no ensino, como fonte que promove uma conscientização epistemológica e ainda desmistificação da matemática. Assim, a difusão de trabalhos que envolvam aplicações e/ou sugestões de uso da história da matemática em sala de aula é de suma importância, nesse sentido, para a efetiva inclusão dessa tendência no ambiente escolar. Além disso, segundo Sousa (2020), tais fatores podem se aliar às possibilidades das TD e IM e promover alternativas relevantes para sala de aula. Nessa ótica esse trabalho se encontra enquadrado.

COMO E QUAL HISTÓRIA FOI UTILIZADA NO PRODUTO EDUCACIONAL?

Para elaboração do caderno de atividades, foi feita uma pesquisa bibliográfica acerca do contexto da civilização islâmica medieval, com foco para o século IX, período em que provavelmente o estudioso ‘Abd al-Hamid Ibn Turk (Figura 1) viveu. Foi necessário conhecer os aspectos religioso, social e cultural desse período histórico, além da produção do conhecimento na sociedade islâmica medieval para compreensão de como e qual história seria utilizada no produto educacional.

Figura 1 - ‘Abd Al-Hamid Ibn Turk, à esquerda, e capa do caderno de atividades, à direita



Fonte: Muniz (2020, p. 226).

Além disso, ao serem buscadas referências sobre o trabalho de Ibn Turk, foram encontrados pouquíssimos trabalhos que explorassem a obra desse autor. A biografia desse estudioso não está disponível, por exemplo, nos arquivos de história de matemática do site Mactutor³, de O'Connor e Robertson (1994). O principal trabalho encontrado acerca de Ibn Turk é de Sayili (1962), intitulado *Logical Necessities in Mixed Equations by 'Abd al Hamid Ibn Turk and the Algebra of His Time*, em português, **Necessidades Lógicas em Equações Mistas: 'Abd al Hamid Ibn Turk e a Álgebra do Seu Tempo**. Este autor, por sua vez, também é nossa principal referência sobre os traços biográficos de Ibn Turk. No referido artigo de Saiyli (1962), são abordados vários pontos acerca de Ibn Turk, para além de sua biografia: aspectos matemáticos da obra do estudioso islâmico também são trazidos no texto, assim como há a tradução do trabalho original de Ibn Turk para o inglês.

De posse deste documento, realizamos também uma pesquisa documental em que se realizou uma análise da obra de modo a estudar o texto dentro de seu contexto, ou seja, com o texto, (con)texto. A partir das pesquisas bibliográfica e documental feitas ao redor do tema histórico escolhido, além de leituras sobre a utilização da história da matemática no ambiente escolar, optou-se por empregá-la como fonte de problemas interessantes e diferentes estratégias de resolução para um mesmo problema. Assim, em nossas escolhas, vários dos argumentos defendidos por Miguel e Miorim (2011) foram trazidos para justificar a participação da história da matemática em sala de aula, conforme Quadro 1 a seguir.

³ <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/>

Quadro 1 - Escolhas para o produto educacional e seus vínculos com argumentos favoráveis à utilização da história da matemática em sala de aula

ESCOLHAS	ARGUMENTOS
Atividades envolvendo as relações entre a resolução geométrica e algébrica de equações quadráticas	Fonte que possibilita um trabalho pedagógico no sentido de tomada de consciência da unidade da matemática
Atividades que promovem reflexão em torno das conexões entre o contexto de uma sociedade e a produção do conhecimento	Fonte que possibilita uma conscientização epistemológica; Fonte que possibilita o desenvolvimento de um pensamento crítico, de uma qualificação como cidadão e de uma tomada de consciência e de avaliação de diferentes usos sociais da matemática.
Atividades que possibilitam reflexão sobre os diferentes estágios da álgebra; atividades envolvendo a análise e investigação da linguagem algébrica do século IX	Fonte de busca de compreensão e de significados para o ensino-aprendizagem da matemática escolar na atualidade; Fonte de identificação de obstáculos epistemológicos para enfrentar dificuldades que se manifestam entre os estudantes no processo de ensino-aprendizagem da matemática escolar;
Atividades que tornam o aluno mais autônomo em sala de aula, a partir da investigação de problemas históricos	Fonte que possibilita a construção de atitudes academicamente valorizadas
Atividades que exploram o processo de construção da álgebra	Fonte que possibilita uma apreciação da beleza da matemática e da estética inerente a seus métodos de produção e validação do conhecimento

Fonte: Elaborado pelas autoras (2022).

As atividades foram elaboradas, então, com base em situações relacionadas à álgebra geométrica na civilização islâmica medieval (tema da obra de Ibn Turk) para serem investigadas por meio da tecnologia, especialmente do *software* GeoGebra. O estudo do contexto, da já citada civilização, mostrou que problemas práticos como transações comerciais, casos de herança, mensuração, navegação, astronomia e infantaria eram bastante explorados naquela época pelos estudiosos islâmicos medievais. Considerando isso, um dos problemas (elaborado

pelas autoras) que o estudante é convidado a investigar é o exposto na Figura 2.

Figura 2 - Problema sobre herança pertencente ao caderno de atividades

PROBLEMA 2

Um homem morre e deixa uma herança de duzentos mil *dirhams* para ser distribuída igualmente entre seus filhos e esposa. No entanto, três desses filhos recusaram as suas partes na herança, fazendo com que os demais filhos e a esposa tivessem adicionado ao valor que iriam receber o total de quinze mil *dirhams*. Quantos filhos tem esse homem?

Fonte: Muniz (2020, p. 260).

Esse problema é apresentado na Atividade I, em que também são indicadas algumas características da matemática islâmica medieval no texto base para desenvolvimento da tarefa. Assim, é esperado que o aluno investigue a questão da herança utilizando o que entendemos hoje por equações quadráticas e reflita sobre como os estudiosos islâmicos resolviam tal problema utilizando o raciocínio geométrico. A partir da experiência de aplicação do produto educacional, ou seja, do caderno de atividades, foi possível observar que essa atividade permitiu que os estudantes se colocassem no lugar dos estudiosos islâmicos do século IX, desenvolvessem empatia pela história da população e se questionassem acerca da matemática, notadamente a álgebra, produzida por essa civilização.

Esse problema é retomado na Atividade III, em que os estudantes são desafiados a resolver/investigar a questão utilizando a resolução geométrica de Turk tal qual o estudioso propôs, ou seja, com álgebra retórica e ainda com apoio do *software* GeoGebra, reproduzindo os passos narrados por Ibn Turk retoricamente, também com apoio de construções geométricas e recursos dinâmicos. Além disso, é orientada a produção de uma carta em que os alunos explicam essa maneira de resolução da questão da herança para outras pessoas. É proposto que os licenciandos escrevam como docentes, descrevendo e justificando matematicamente cada passo da construção geométrica feita, e ainda realizem a comparação entre essa forma de resolução e o procedimento algébrico para encontrar a solução para esse mesmo problema.

As pesquisas documental e bibliográfica também foram utilizadas para produzir textos de apoio, que apareciam no início de cada uma das atividades e serviam de contextualização para realização das atividades seguintes, além de impulsionar introdução ao tema, levantamento de conjecturas e iniciação à investigação. Esses textos foram produzidos a partir da seleção e adaptação didática das informações coletadas na pesquisa bibliográfica e documental acerca do

contexto da civilização islâmica medieval, bem como, do trabalho de Ibn Turk posto na obra em estudo. Neste sentido, os participantes foram também apresentados ao documento. A seguir, serão destacadas possibilidades de exploração do produto educacional.

EXPLORANDO O PRODUTO EM SALA DE AULA

O caderno de atividades possui quatro atividades, sendo uma introdutória, tratando acerca do contexto islâmico medieval. Em seguida, é apresentada a Atividade I, que objetiva habituar os estudantes com as principais características da álgebra geométrica da civilização islâmica medieval. As outras duas atividades seguintes tratam sobre resolução geométrica de equações quadráticas com base no que foi proposto por Ibn Turk no capítulo **Necessidades Lógicas em Equações Mistas**. O produto educacional possui uma gama de possibilidades de aplicação no ambiente da sala de aula, das quais algumas serão exemplificadas adiante.

O produto pode ser utilizado na íntegra, em atividades regulares para compor aulas em disciplinas como História da Matemática, Didática da Matemática, Metodologias para o Ensino de Matemática ou ainda disciplinas que contemplem o conteúdo de equações quadráticas, de forma a oferecer também uma compreensão geométrica desse assunto. Dessa forma, enfatiza-se ainda que a resolução geométrica proposta por ‘Abd al-Hamid Ibn Turk e explorada no caderno de atividades está intrinsecamente relacionada com a forma algébrica de resolução, essa que é geralmente apresentada aos estudantes. As atividades II (Lidando com um desafio) e III (A questão do comércio) orientam os alunos para a identificação e investigação dessas relações.

O produto educacional também pode ser aplicado como curso extracurricular (para formação inicial ou continuada), contemplando todas as atividades ou como minicurso, com a escolha das atividades que o docente achar mais adequadas, considerando seus objetivos de aprendizagem. Nesse sentido, vale ressaltar que o caderno de atividades possui atividades destacáveis uma da outra, de tal forma que, da maneira como foram elaboradas, elas podem ser aplicadas individualmente, ou até mesmo com outros recursos didáticos, como por exemplo *quiz online* (jogo de perguntas), como *Kahoot!* ou *Wordwall*. O produto educacional **Conhecendo ‘Abd Al-Hamid Ibn Turk e sua resolução geométrica para equações quadráticas** conta ainda com expectativas de resposta de todas as atividades e sugestão de cronograma, para assistir melhor os docentes.

É necessário salientar ainda sobre a utilização do *software* GeoGebra e a investigação matemática (IM) na sala de aula em aliança a HM na sala de aula. Primeiramente, entendendo a IM como uma tendência que visa propiciar ao aluno o envolvimento ativo no processo de

ensino-aprendizagem a partir do estudo de situações em que ele terá que formular problemas, conjecturas, provas de suas ideias, além de apresentar suas conclusões sobre o que está sendo pesquisado. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009).

No caso do produto educacional enfocado, o *software* apoiará o estudante na investigação dos problemas propostos. Isso porque o GeoGebra possibilita que sejam feitas (re)construções matemáticas (nesse caso, relacionadas à álgebra geométrica) em poucos segundos, além da simulação de diversas situações a partir de uma original. Essa pode servir de base para investigação de várias outras chegando a generalizações a partir da observação de regularidades sem a necessidade de construção de novas figuras. Um exemplo é o de uma equação que é resolvida com apoio de uma construção que já foi elaborada anteriormente para resolução de outra equação.

Nesse sentido, a Atividade III possui como foco principal a investigação de uma construção geométrica já pronta, correspondente ao que entendemos hoje como equações do tipo $x^2 = bx + c$, a partir da equação $x^2 = 2x + 4224$, que modela um dos problemas do caderno de atividades. Após a análise da resolução geométrica dessa questão, é esperado que o estudante consiga aplicar a resolução geométrica das equações que se enquadram nesse mesmo caso na questão da herança (Figura 2), que conduz à equação $x^2 = 3x + 40$. Consoante Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), é importante que o professor desempenhe as funções de desafiar os alunos, avaliar o progresso desses, apoiar o trabalho deles e raciocinar matematicamente. O intuito dessas práticas é levar os alunos à compreensão de como realizar investigações matemáticas, especialmente de situações históricas.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) relatam que a investigação (no nosso caso, investigação histórica) é um processo que envolve as etapas a seguir: exploração e formulação de questões, organização de dados e formulação de conjecturas, realização de testes e refinamento de conjecturas, e por fim, justificção e avaliação das conjecturas. Os alunos, ao desenvolverem conclusões históricas relacionadas à resolução de equações quadráticas via raciocínio geométrico, produzem matemática. Dessa maneira, as etapas antes descritas estão presentes no decorrer das atividades do produto educacional e envolvem na aliança o que chamamos de investigação-histórica-com-tecnologia.

Em relação à configuração da sala de aula, é sugerido que as atividades sejam realizadas em grupos de até 4 alunos. Isso porque o trabalho em conjunto proporciona troca de ideias e por isso, enriquece as discussões propostas. É interessante ainda que o professor crie momentos, no final de cada atividade, por exemplo, para que os estudantes discutam acerca dos procedimentos feitos ao longo das questões, estratégias de ação para resolução dos problemas,

compreensão acerca dos textos e impressões sobre as atividades-históricas-com-tecnologia desenvolvidas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse artigo foi abordado o potencial da história da matemática enquanto elemento orientador na elaboração de atividades a serem incorporadas em sala de aula, no estudo de situações-problema e na busca de referências e métodos para melhor compreender conceitos matemáticos. Isso foi feito por meio da exploração de um produto educacional produzido durante o mestrado profissional.

De acordo com Swetz (1989 *apud* Miguel e Miorim, 2011), os problemas históricos possibilitam o esclarecimento e o reforço de muitos conceitos, propriedades e métodos matemáticos que são ensinados e aprendidos; constituem veículos de informação cultural e sociológica; refletem as preocupações práticas ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos; constituem meios de aferimento da habilidade matemática de nossos antepassados e ainda permitem mostrar a existência de uma analogia ou continuidade entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente.

Em aliança com a história da matemática, no caderno de atividades foi proposta a utilização das tecnologias digitais para apoio na investigação dos problemas históricos que conduzem o estudante a fazer (re)descobertas sobre a álgebra, especificamente da forma como foi proposta por um matemático islâmico medieval, 'Abd Al-Hamid Ibn Turk. Nesse artigo, destacamos a forma como a história foi empregada na sala de aula, parte do percurso metodológico que culminou com a produção do produto educacional aqui apresentado e possibilidades para sua aplicação.

REFERÊNCIAS

FOSSA, J. A.; MENDES, I. A.; VALDÉS, J. E. N. **A história como um agente de cognição na Educação Matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.

O'CONNOR, J. J.; ROBERTSON, E. F. **MacTutor History of Mathematics archive**. 1994. Disponível em: < <https://www-history.mcs.st-and.ac.uk/>>. Acesso em: 22 fev. 2022.

MIGUEL, A., MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

MUNIZ, J. T.. **Soluções de equações quadráticas por 'Abd al Hamid Ibn Turk na formação inicial do professor de matemática: uma perspectiva orientada pela história da matemática**.

2020. 276f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

SAYILI, A. **Logical Necessities in Mixed Equations by ‘Abd al Hamid Ibn Turk and the Algebra of His Time**. Ankara, 1962. Disponível em:
<<http://www.muslimheritage.com/article/logical-necessities-mixed-equations-abd-al-ham%C3%A9d-Ibn-turk-and-algebra-his-time/>> Acesso em 29 mai. 2019.

SOUSA, G. C.. **Aliança entre História da Matemática e Tecnologias via Investigação Matemática: reflexões e práticas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020.

Submetido em: 15 de fevereiro de 2022

Aprovado em: 18 de março de 2022