

O PROCESSO DE GRADUAÇÃO E UMA UTILIZAÇÃO DO *PROMPTUARIO* PARA MULTIPLICAÇÃO

Pedro Henrique Sales Ribeiro¹
Ana Carolina Costa Pereira²

RESUMO

O notável aumento de pesquisas em Educação Matemática indica, dentre outras problemáticas, uma preocupação quanto ao desenvolvimento de aparatos didáticos para uso no ensino básico e, dentre esses estudos, estão aqueles que recorrem à História da Matemática como provedora de recursos. Nesse sentido, este artigo tem a intenção de expor o processo de graduação do instrumento matemático histórico *Promptuario*, bem como uma de suas utilizações, considerando-o um possível recurso didático, advindo da História da Matemática, para o ensino de multiplicação. Durante o procedimento realizado para graduar o instrumento, em especial, as varetas verticais, os conhecimentos de multiplicação estão presentes em todas as etapas. Já em sua utilização, é necessário que se realizem somas nas diagonais, para obter-se o resultado da operação de multiplicação. Dessa forma, o *Promptuario* pode permitir a construção do conceito de multiplicação e propõe-se que haja a sua incorporação no ensino básico ou, até mesmo, nas formações iniciais e continuadas de professores que ensinam Matemática.

Palavras-chave: Instrumento Matemático. História da Matemática. Ensino de Multiplicação.

INTRODUÇÃO

A busca por novos recursos que possam ser utilizados no contexto do ensino básico, seja com o propósito de facilitá-lo, de atrair a atenção dos alunos ou de modificar a metodologia usual de aula somente expositiva, tem sido a origem de diversos estudos e pesquisas, nas mais variadas áreas do conhecimento.

Especificamente, na Matemática, alguns pesquisadores têm recorrido à História da Matemática, principalmente, por ser uma área que pode prover diversos recursos distintos a serem utilizados no processo de ensino-aprendizagem, embora não seja devidamente explorada dentro do ambiente de ensino básico.

Dentre esses vários recursos, estão os chamados “documentos históricos”, que, segundo Pereira e Saito (2019, p. 346), podem “ser um texto ou excerto de um texto, ou ainda um instrumento, um monumento, uma foto, uma imagem, uma figura, um vídeo, entre muitos outros”. Dessa forma, o documento utilizado foi o tratado matemático do século XVII, denominado *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgula...*, publicado em 1617, por John Napier (1550 – 1617).

¹ Bolsista de monitoria acadêmica – Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará. Graduando em matemática - UECE. E-mail: henrique.ribeiro@aluno.uece.br.

² Docente adjunta - Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará. Doutora em Educação - UFRN E-mail: carolina.pereira@uece.br.

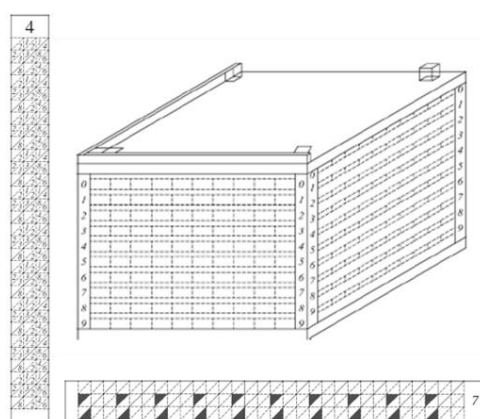
Nesse texto original, o autor aborda três instrumentos matemáticos para a realização de cálculos aritméticos, sendo eles: as Barras de Calcular³, também conhecidas como Barras de Napier; o *Promptuario* e o Tabuleiro de Xadrez⁴, para a execução da aritmética de localização. No entanto, este artigo está focado apenas no instrumento *Promptuario*, que permite, principalmente, a realização de multiplicações.

Assim, objetiva-se explicar o procedimento necessário para a construção do *Promptuario*, bem como detalhar uma de suas utilizações para o cálculo das multiplicações. Para isso, utilizaram-se as orientações de Napier, a partir da tradução em inglês do tratado *Rabdologiae...*, de 1617, realizada por William F. Richardson, em 1990 e presente na obra de Rice, González-Velasco e Corrigan (2017). Dessa forma foi possível propor a inserção desse instrumento histórico no contexto de ensino básico, valendo-se de um documento original.

O INSTRUMENTO *PROMPTUARIO*

Dentre os instrumentos matemáticos presentes na obra *Rabdologiae*, o *Promptuario*⁵ foi o último concebido por Napier e foi desenvolvido com a intenção de realizar cálculos extensos de multiplicação com facilidade e rapidez (NAPIER, 2017), dentro de um contexto social de transformações, que impôs novas necessidades, como a de operar com resultados mais extensos em menos tempo. O artefato trata-se de um conjunto (Figura 1) e seu funcionamento dá-se a partir da manipulação de varetas verticais e horizontais.

Figura 2 – Elementos do conjunto que compõe o *Promptuario*



Fonte: Napier (2017).

³ Sobre as Barras de Calcular, vide: Martins (2019).

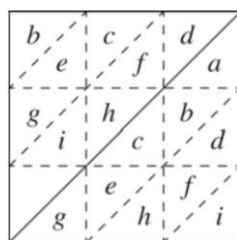
⁴ Sobre o Instrumento Tabuleiro de Xadrez, vide: Almeida e Pereira (2020, 2021).

⁵ Caso seja do interesse do leitor, as varetas do *Promptuario* estão disponíveis para serem baixadas em: https://drive.google.com/file/d/1yeldLIrs7yWw_ETSN8rBRZQQ0wZgmEHX/view?usp=sharing.

Quanto à construção⁶ dessas varetas, Napier (2017) afirma que elas devem ter dimensões 11 x 1 em dedos, o que corresponde a 20,9 x 1,9 em cm e, em seguida, o autor orienta como devem ser realizadas as marcações que limitam os espaços a serem preenchidos. As marcações iniciais ocorrem nas extremidades, cuja primeira define a margem maior, com 2/3 de um dedo e a segunda define a margem menor, com 1/3 de um dedo, restando dez dedos de comprimento, que são divididos em dez quadrados de dimensões 1 x 1 em dedos.

Nas próximas marcações, o autor delimitará diagonais em cada um dos dez quadrados, bem como será dividido cada lado do quadrado em três segmentos iguais e unidos os pontos de divisão de lados opostos, resultando em nove quadrados menores, que também terão suas diagonais delimitadas. Dessa forma, cada um dos dez quadrados menores foi dividido em dezoito triângulos, que serão marcados com as nove primeiras letras do alfabeto, conforme mostrado na Figura 2.

Figura 2 – Divisão em 18 lugares realizada pelo autor



Fonte: Napier (2017, p. 714).

Nesse sentido, valendo-se da disposição de cada uma dessas letras contidas no quadrado maior, presente na Figura 2, Napier (2017) passa a explicar como graduar as varetas verticais, que serão numeradas e as horizontais, que serão perfuradas. Portanto, o processo de graduação envolve diretamente o conhecimento de multiplicação.

GRADUAÇÃO DAS VARETAS DO PROMPTUARIO

Durante o procedimento de graduação, há uma diferença entre aquele realizado nas varetas verticais e o realizado nas horizontais, já que, nas verticais, serão inscritos os múltiplos de cada algarismo, seguindo a orientação do autor e a partir da construção física realizada anteriormente; quanto às horizontais, elas serão perfuradas nos lugares predefinidos, seguindo um ordenamento lógico, que também obedece aos processos anteriores.

Como forma de organizar a explicação, os procedimentos serão divididos nos próximos

⁶ Para mais detalhes sobre a construção das varetas do Promptuario, vide: Ribeiro, Cavalcante e Pereira (2020).

tópicos. De início, o foco será nas varetas verticais e, para isso, faz-se necessário retomar a última etapa da construção física, em que Napier (2017) nomeia cada um dos dezoito “lugares” com uma das nove primeiras letras do alfabeto, como observado na Figura 2. Em seguida, será exposto o processo realizado nas varetas horizontais, no qual é utilizada a associação entre as nove primeiras letras do alfabeto e os nove primeiros algarismos.

Graduação nas varetas verticais

A partir da disposição da Figura 2, o autor explana como o procedimento matemático deve ocorrer, de acordo com ele: “Em todos os lugares nascem varetas mais grossas que correspondem à letra a, escreva com tinta indelével o mesmo algarismo simples como inscrito anteriormente na margem maior” (NAPIER, 2017, p. 714). Isso significa que os locais relativos à letra “a” têm uma associação com a multiplicação por 1, que resulta no próprio “a”.

Logo após, “nos locais que correspondem à letra b no triângulo esquerdo, escreva o algarismo à esquerda do número que é o dobro do que aparece na margem superior e, nos locais que correspondem à letra b no triângulo direito, escreva o algarismo à direita do mesmo número” (NAPIER, 2017, p. 715). Nessa citação, Napier apresenta o termo “dobro”, o que associa a letra “b” à multiplicação por 2, no entanto, diferente da letra “a”, a construção do autor expõe duas letras “b”, como visto anteriormente na Figura 2.

A letra “b”, que está acima da diagonal do quadro maior, é chamada pelo autor de “letra b no triângulo esquerdo”, já a que está abaixo é denominada por “letra b no triângulo direito” (NAPIER, 2017). Estando realizada essa multiplicação por 2, o resultado será um número de um ou dois dígitos, visto que iremos multiplicar um dos 10 algarismos existentes por dois. Caso a vareta em questão seja uma das que contém o algarismo 0, 1, 2, 3 ou 4, o resultado da multiplicação será um número de somente um dígito e, caso contrário, teremos um número de dois dígitos.

Na primeira situação, deverá ser inscrito o algarismo “0” nos locais relativos à letra “b” acima da diagonal e o resultado da multiplicação por 2 deverá ser inscrito nos locais da letra “b” abaixo da diagonal. Caso haja a segunda situação, o algarismo a ser inscrito, nos locais que correspondem à letra “b” acima da diagonal, deverá ser o dígito esquerdo do resultado da multiplicação por 2 e, nos locais relativos à letra “b” abaixo da diagonal, será inscrito o dígito direito desse mesmo resultado. Como exemplo, na graduação do local “b” da vareta vertical de número 6, será inscrito o dígito 1 no local acima da diagonal e o dígito 2 no local abaixo dela.

Realizado o procedimento para graduar os lugares marcados com a letra “b”, Napier (2017) explana como deve ser feito com as marcações “c”. Elas e todas as seguintes deverão

ocorrer tal como nos locais de letra “b”, sendo necessário somente que se observe a relação de multiplicação existente entre cada letra e os algarismos inscritos na margem maior das varetas.

Observando essa correlação, é possível perceber que o autor relacionou, de maneira lógica, as nove primeiras letras do alfabeto que foram utilizadas para essa construção, de tal forma que cada letra correspondesse também à sua posição no alfabeto latino, como pode ser verificado na Figura 3.

Figura 3 - Correlação letra-algarismo

a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Fonte: Elaborada pelos autores (2021).

Assim, como já percebido, a letra “a” está ligada à multiplicação por 1 e a letra “b” está ligada à multiplicação por 2. Para efetuar todas as graduações das varetas verticais, realiza-se o mesmo procedimento para todas as oito letras a partir da letra “b”, alterando apenas o valor do multiplicando, a depender de cada vareta a ser graduada e do multiplicador, a depender da letra que se está substituindo no momento.

Como forma de exemplificar a graduação das varetas verticais, é preciso considerar a que contém o algarismo 8 na margem maior. Para graduá-la corretamente, deve-se, primeiro, inscrever o próprio algarismo 8 nos locais correspondentes à letra “a”, ou seja, o resultado do produto daquele algarismo da margem maior por 1.

Em seguida, nos locais que correspondem à “b” acima da diagonal, deve-se inscrever o algarismo 1 e, abaixo da diagonal, o algarismo 6, isto é, o resultado (16) do produto do algarismo 8, presente na margem maior, por 2.

O próximo passo é inscrever, nos locais correspondentes à letra “c” acima da diagonal, o algarismo 2 e, abaixo dela, o algarismo 4, ou seja, o resultado (24) do produto do algarismo 8, presente na margem maior, por 3.

Já nos lugares inscritos com a letra “d”, deverá conter o resultado do produto do algarismo 8, que está contido na margem maior, por 4, que é correspondente à letra “d”, sendo assim, o número 32 estará distribuído nesses locais, sendo o algarismo 3 acima da diagonal e o algarismo 2 abaixo dela. Analogamente, iremos realizar esse procedimento para as letras “e”, “f”, “g”, “h” e “i”.

Para a letra “e”, teremos o produto $8 \times 5 = 40$, logo, o algarismo 4 será inscrito acima da diagonal e o algarismo 0 abaixo dela. Para a letra “f”, teremos o produto $8 \times 6 = 48$, portanto,

nos locais correspondentes a essa letra, acima da diagonal, será inscrito o algarismo 4 e, abaixo dela, o algarismo 8. Na graduação da letra “g”, o produto realizado é $8 \times 7 = 56$, indicando que o algarismo 5 deverá estar acima da diagonal e o algarismo 6 abaixo dela. Nos locais correspondentes à letra “h”, o produto a ser considerado será $8 \times 8 = 64$, ou seja, o algarismo acima da diagonal será o 6 e abaixo deverá ser o 4.

Finalmente, para a letra “i”, teremos o produto $8 \times 9 = 72$, isto é, o algarismo 7 deverá ser inscrito nos locais correspondentes a essa letra acima da diagonal e o algarismo 2 abaixo dela. O resultado dessa construção matemática realizada está presente na Figura 4.

Figura 4 – Representação do primeiro quadrado da vareta vertical 8

8		
1 4	2 4	3 8
5 7	6 4	6 2
6 4	8 2	

Fonte: Elaborada pelos autores (2021).

Estando realizada a construção matemática de um dos dez quadrados de uma vareta vertical, para se ter a vareta completa, é necessário apenas repetir todos os algarismos em suas respectivas posições nos quadrados seguintes, sendo assim, por uma questão de espaço, a Figura 4 apresenta apenas o resultado da graduação do primeiro quadrado de uma vareta vertical contendo o algarismo 8 na margem maior.

Graduação nas varetas horizontais

O processo de graduação realizado, para as varetas horizontais, não exige nenhum cálculo matemático diretamente, sendo necessário apenas que sejam perfurados determinados lugares, que estão relacionados diretamente ao algarismo inscrito na margem maior de cada vareta, seguindo a correlação estabelecida na Figura 3, observada anteriormente.

Ou seja, nas varetas com o dígito 1 inscrito em sua margem maior, será perfurado o local que contém a letra “a”; naquelas em que o dígito 2 está na margem maior, deverão ser perfurados os locais contendo a letra “b”; caso seja o número 3 presente na margem, os locais correspondentes à letra “c” deverão ser perfurados e, assim, consecutivamente para 4, 5, ..., 9. Vale destacar que, caso o algarismo presente na margem maior de uma vareta horizontal seja o

número 0, nenhum local deverá ser perfurado.

Como forma de exemplificar a graduação das varetas horizontais, considere-se a que contém o algarismo 6 na margem maior, por exemplo. Para graduá-la corretamente, teremos que perfurar os locais que correspondem à letra “f”, como pode ser visto na Figura 5, cujos triângulos pintados na cor preta representam os locais a serem perfurados.

Figura 5 – Representação do primeiro quadrado da vareta horizontal 6



Fonte: Elaborada pelos autores (2021).

Portanto, como na graduação das varetas verticais, após realizadas as perfurações do primeiro quadrado de uma vareta horizontal, todos os seguintes são apenas uma repetição e, por esse motivo, a Figura 5 apresenta apenas o primeiro quadrado da vareta horizontal 6.

MULTIPLICANDO COM O *PROMPTUARIO*

Para a correta utilização do instrumento, é necessário definir o multiplicando e o multiplicador, bem como associá-los ao tipo de vareta correspondente. Em uma multiplicação com fatores “x” e “y”, se o número “x” for o multiplicando, então ele será formado a partir das varetas verticais e o multiplicador “y” será formado pelas varetas horizontais.

Estando definidos o multiplicando e o multiplicador, a realização da operação de multiplicação será dividida em dois momentos, de modo a facilitar o entendimento do processo descrito por Napier (2017). A seguir, será apresentada a forma como as varetas devem ser dispostas, para que seja possível efetuar o cálculo de multiplicação e, em seguida, será exposto o procedimento feito para obtermos o resultado da operação realizada.

Disposição das varetas para o cálculo

A configuração das varetas inicia-se com o multiplicando e, segundo Napier (2017), deve-se selecionar primeiramente a vareta vertical com o primeiro dígito, ou seja, o mais à direita do multiplicando e ela será posta à direita na parte de cima da caixa; depois, toma-se a vareta com o segundo dígito, que se encontra logo à esquerda do anterior, que também será posta imediatamente à esquerda da primeira vareta e, assim, sucessivamente até que tenham acabado todos os algarismos do multiplicando.

Como exemplo, se o multiplicando for 1225, seleciona-se uma vareta vertical contendo o número 5 na margem maior, colocando-a no local mais à direita do espaço determinado para o cálculo. Seguidamente, seleciona-se uma vareta vertical com o número 2 na margem maior, que deverá ser posta logo à esquerda da vareta 5. O próximo passo é selecionar outra vareta vertical 2 e deixá-la disposta logo à esquerda da vareta 2 anterior. Por último, escolhe-se uma vareta vertical com o número 1, que deverá ficar imediatamente à esquerda da vareta 2 anterior. Essa configuração do multiplicando 1225 pode ser observada na Figura 6.

Figura 6 – Representação do multiplicando 1225 com as varetas verticais

1			2			2			5								
			1	1	1	2	1	1	2	1	2	5					
		3	2	4	1	1	6	4	8	1	6	4	8	3	4	5	
7	5	8	6	9	4	6	2	8	4	6	2	8	5	5	5	5	
			1	1	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	3	2	5
		3	2	4	1	1	6	4	8	1	6	4	8	3	4	5	
7	5	8	6	9	4	6	2	8	4	6	2	8	5	5	5	5	
			1	1	1	2	1	1	2	1	2	1	2	1	3	2	5
		3	2	4	1	1	6	4	8	1	6	4	8	3	4	5	

Fonte: Elaborada pelos autores (2021).

Estando configuradas as varetas verticais que representam o multiplicando, deverão ser configuradas as horizontais, que representam o multiplicador e se sobrepõem às verticais, isto é, a maioria dos números, que foram construídos na graduação das varetas verticais, serão cobertos pelas horizontais, sendo alguns visíveis apenas pelas perfurações realizadas.

O multiplicador segue um padrão similar de organização, porém, diferente das varetas verticais que se iniciam pela direita, as varetas horizontais devem ser postas iniciando por baixo e sendo dispostas uma logo acima da outra. Como exemplo, considerando que o multiplicador seja 367, a vareta horizontal com o número 7 na margem maior deverá ser colocada no local mais abaixo do espaço determinado para o cálculo, em seguida, a vareta horizontal 6 deverá ser posta logo acima da anterior e, por último, a vareta horizontal 3 ficará exatamente acima da vareta 6. A configuração final, com multiplicando e multiplicador, pode ser vista na Figura 7.

Figura 7 – Configuração final da multiplicação 1225 x 367

1	2	2	5	
				3
				6
				7

Fonte: Elaborada pelos autores (2021).

Com as varetas estando corretamente dispostas de acordo com as orientações do autor, é possível realizar a operação de multiplicação, utilizando, para isso, os números que ficaram visíveis pelas perfurações feitas nas varetas horizontais, bem como nas diagonais presentes na construção física do instrumento.

Realização dos Cálculos

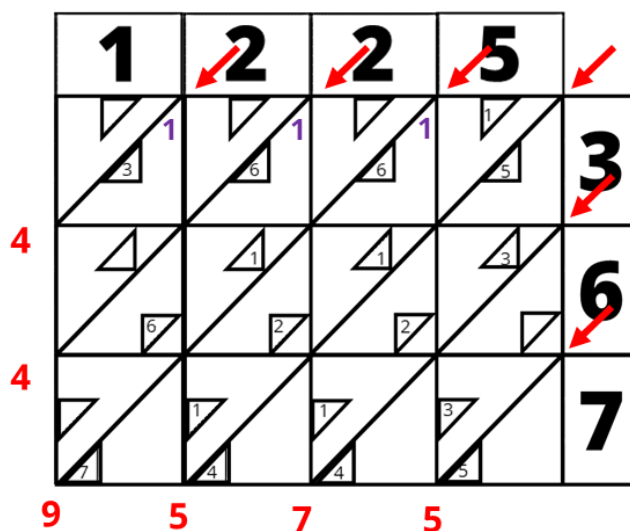
A multiplicação será efetuada a partir de somas em cada diagonal, iniciando-se pela diagonal do canto inferior direito. Essa soma será efetuada através dos números que ficaram visíveis devido às perfurações nas horizontais. No caso da Figura 7, a primeira diagonal contém apenas o número 5, então, esse número é o primeiro algarismo, isto é, aquele mais à direita desse produto e que deverá ser anotado abaixo da diagonal.

A próxima diagonal contém os números 0, 3 e 4, portanto, uma soma igual a 7, que deverá ser anotada abaixo dessa segunda diagonal. Na seguinte, temos os algarismos 5, 3, 2, 1 e 4, resultando em uma soma igual a 15, nesse caso, apenas o dígito da direita deverá ser anotado abaixo da diagonal, o dígito da esquerda será parte da soma da próxima diagonal. A quarta diagonal contém os algarismos 1, 6, 1, 2, 1 e 7, que somados resultam em 18, porém devemos somar também o dígito pendente da diagonal anterior, resultando em 19 e o mesmo procedimento deve ser adotado, sendo o algarismo 9 anotado abaixo da diagonal e 1 ficando pendente para a próxima soma.

A diagonal seguinte contém os números 6, 1 e 6, somando 13 e, considerando-se a pendência, teremos 14, em que o 4 será anotado e o 1 ficará pendente. Na sexta diagonal, temos apenas o número 3 e a pendência 1, resultando em 4 e esse número deverá ser anotado. Na

última diagonal, não temos nenhum número, então, nada deverá ser anotado. A Figura 8 demonstra como estará o instrumento após as anotações realizadas.

Figura 8 – Anotações durante a utilização



Fonte: Elaborada pelos autores (2021).

Os valores em vermelho são aqueles que foram anotados abaixo de cada diagonal e serão considerados para o resultado final, já aqueles em roxo são as pendências que se somaram à diagonal seguinte. O produto final de 1225 por 367 pode ser obtido quando os valores em vermelho são lidos da esquerda para a direita, ou seja, nesse caso, o resultado é igual a 449.575.

Nesse sentido, nota-se que a utilização desse instrumento possibilitou a realização de uma multiplicação de um número de quatro algarismos por um outro número de três algarismos, sendo necessário apenas que fossem executadas somas em cada diagonal, uma vez que o processo multiplicativo do *Promptuario* já esteve presente durante a graduação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Pesquisas envolvendo a inserção de instrumentos matemáticos históricos para a realização de cálculos aritméticos, como ferramentas para o uso na Educação Básica e na formação de professores, estão em expansão no Brasil⁷. O *Promptuario* é um desses, o qual possibilita o manuseio de hastes verticais numeradas e horizontais perfuradas, com o objetivo de realizar multiplicações, a partir da sobreposição das referidas hastes.

Sua construção e aplicação para a operação de multiplicação sugere uma forma diferente para a realização do cálculo, contrapondo com o algoritmo usado atualmente nas escolas da

⁷ Vide: Albuquerque (2019) e Martins (2019).

Educação Básica. Embora a ferramenta seja um aparato histórico que contém incorporada uma Matemática do século XVI, ela possibilita uma forma de construir conhecimento matemático ou, até mesmo, reconfigurar algo já consolidado pelo aluno.

Dessa forma, sugere-se que o *Promptuario* adentre a Educação Básica, sendo necessário um tratamento didático adequado e/ou a formação de professores de Matemática, em especial, a partir da proposta de interface entre história e ensino de Matemática, como um recurso advindo da História da Matemática, contribuindo para um melhor ensino de aritmética brasileiro.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, Suziê Maria de. **Um Estudo sobre a Articulação entre a Multiplicação contida no *Traité de Gerbert* (1843) e o Ensino na Formação de professores de Matemática**. 2019. 145 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.
- ALMEIDA, J. P. D.; PEREIRA, A. C. C. **A aritmética de localização de John Napier para a multiplicação**. Revista história da matemática para professores, v. 6, n. 2, p. 43 - 56, 31 dez. 2020.
- ALMEIDA, J. P. de; PEREIRA, A. C. C. **A matemática presente nas conversões de números nas barras da Aritmética de Localização**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 691–706, 2021.
- MARTINS, E. B. **Conhecimentos Matemáticos Mobilizados na Manipulação das Barras de Calcular de John Napier Descritas no Tratado *Rabdologiae* de 1617**. 2019. 105 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.
- NAPIER, J. *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus*. In: RICE, B.; GONZÁLEZ-VELASCO, E.; CORRIGAN, A. **The Life and Works of John Napier**. Cham: Springer, 2017. p. 652-749.
- PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. **A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática**. Revista Cocar, Belém, v. 25, n. 13, p.342-372, Jan./Abr., 2019.
- RIBEIRO, P. H. S.; CAVALCANTE, D. S.; PEREIRA, A. C. C. **O procedimento de construção das varetas do *Promptuario* de John Napier (1550-1617)**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, [S. l.], v. 7, n. 21, p.112–121, 2020.
- RICE, B.; GONZÁLEZ-VELASCO, E.; CORRIGAN, A. **The Life and Works of John Napier**. Cham: Springer, 2017