RHMP
REVISTA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA PARA PROFESSORES

ISSN: 2317-9546 ***e*-ISSN**: 2675-715X

PROBLEMA 48 DO PAPIRO DE RHIND:O CÁLCULO DO NÚMERO π COM O GEOGEBRA

Josenildo Ferreira Galdino[1]

Elivanio Carneiro do Nascimento Junior[2]

Otavio Floriano Paulino[3]

RESUMO

O tema abordado nesse artigo foi o número π, que possui grande relevância para as áreas de matemática, ciência e engenharia. No problema 48 do Papiro de Rhind oferece uma abordagem acerca das áreas de figuras planas, a saber: (quadrado e círculo); e ainda, faz referência ao π. Deste modo, este trabalho tem como objetivo apresentar o problema 48 do Papiro de Rhind com base no cálculo do número π. A metodologia propõe um passo a passo com o GeoGebra para integrar o ensino de matemática com a História da Matemática. O passo a passo inclui a criação de um controle deslizante para o raio, construção de um círculo com centro na origem, geração de pontos e variáveis, uso da ferramenta de texto para nomeação e exibição de valores na janela de comandos do GeoGebra. Além disso, apresentamos como resultado, atividade dinâmica com o *Software* GeoGebra, com a finalidade de possibilitar a prática docente enriquecedora e conectada com a História da Matemática e a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação-(TIC). Portanto, ressaltamos que o GeoGebra desempenha um papel significativo no ensino e aprendizagem da matemática, permitindo explorar conceitos matemáticos de maneira interativa e dinâmica. Neste ínterim, as aulas tendem a ser mais investigativas e podem estimular a curiosidade dos alunos.

Palavras-chave: Papiro de Rhind. Número π. GeoGebra.

INTRODUÇÃO

Os números têm desempenhado um papel fulcral na humanidade, sendo uma constante no cotidiano das pessoas. Nas escolas, aprendemos as quatro operações matemáticas elementares: adição, subtração, multiplicação e divisão, além do conceito de função que relaciona números e permite resolver problemas matemáticos por meio de equações ou inequações. A matemática, considerada a Rainha das Ciências, é uma linguagem essencial que nos ajuda a compreender melhor o mundo (Garbi, 2010).

De acordo com Baroni, Teixeira e Nobre (2004), a relevância da história da matemática para os professores dessa disciplina é ressaltada como uma ferramenta capaz

---

[1] Docente da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), no campus Pau dos Ferros. Doutor em Meteorologia pela Universidade Federal de Campina Grande (UFCG). E-mail: josenildo.galdino@ufersa.edu.br.

[2] Graduando em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA). Email: elivanio.junior@alunos.ufersa.edu.br.

[3] Docente da Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), no campus Pau dos Ferros. Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (2015). E-mail: otavio.paulino@ufersa.edu.br.

de mostrar aos alunos que a Matemática vai além dos números e cálculos. Além disso, Ubiratan D'Ambrósio, em seu artigo intitulado "A Interface entre História e Matemática: uma Visão Histórico-Pedagógica", levanta um questionamento importante sobre essa relação.

> Por que é importante a História da Matemática para o professor de Matemática? Ninguém contestará que o professor de matemática deve ter conhecimento de sua disciplina. Mas a transmissão desse conhecimento através do ensino depende de sua compreensão de como esse conhecimento se originou, de quais as principais motivações para o seu desenvolvimento e quais as razões de sua presença nos currículos escolares. Destacar esses fatos é um dos principais objetivos da História da Matemática (Ambrósio, 2021, p.1).

A transmissão de conhecimentos matemáticos conectados com a História da Matemática é crucial para o pensar matemático, incorporando na prática docente elementos importantes: desenvolvimento de pensamento crítico, ampliação da compreensão de conteúdos matemáticos, de modo a contribuir no aprendizado dos alunos (Ambrósio, 2021). No entanto, apesar da relevância do tema para o ensino da matemática, existe uma lacuna a ser preenchida.

> A matemática ensinada em sala de aula é o resultado de práticas desenvolvidas historicamente pela humanidade que originaram técnicas, estratégias e instrumentos como ação para lidar com situações de um determinado contexto e para garantir sua sobrevivência. No entanto, a articulação entre a Matemática e sua história nem sempre é feita pelo professor (Lara, p.2, 2013).

Neste contexto, o professor nem sempre utiliza a matemática conectada com sua história. Uma das possibilidades para mitigar esse problema é investir na formação docente dos professores e elaborar materiais didáticos focados na História da Matemática juntamente com as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), que são fatores relevantes para promover a integração dessas áreas. (Lara, 2013).

Diante disso, este artigo tem como objetivo apresentar o problema 48 do Papiro de Rhind com base no cálculo do número π, através de exemplificação de uma atividade dinâmica no *software* GeoGebra que apresenta a resolução dessa questão, visando incentivar a conexão do ensino da matemática com a História da Matemática e o GeoGebra, ressaltando a importância deste estudo para que o professor consiga proporcionar aulas mais investigativas e, consequentemente, que estimule o aprendizado dos alunos em sala de aula.

GEOGEBRA E AS TICS

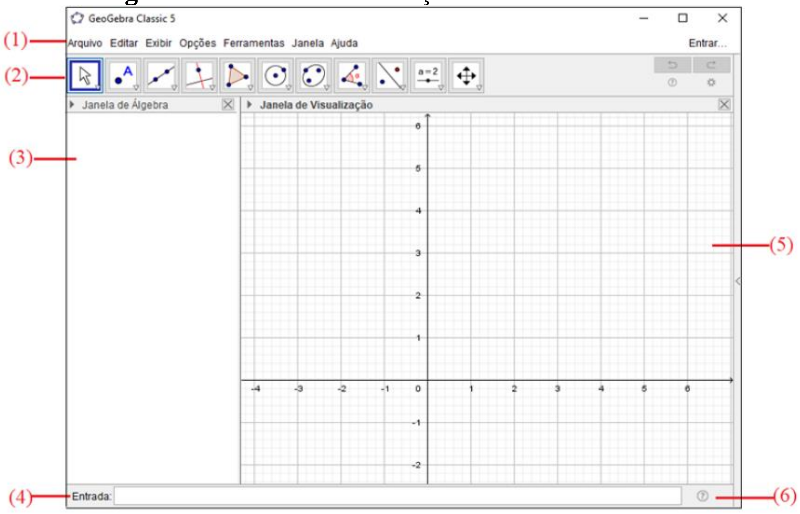
As TIC denotam um conjunto integrado de recursos tecnológicos com a finalidade de reunir, distribuir e compartilhar informações. Na matemática, elas desempenham um papel relevante de modo a incentivar o emprego de ferramentas computacionais, como o

GeoGebra, que auxilia o professor com a possibilidade de atividades interativas e dinâmicas (Costa, 2023).

O GeoGebra é um *software* gratuito desenvolvido por Markus Hohenwarter em 2001, na Universität Salzburg, Áustria. Este *software* tem como foco aprimorar o ensino e aprendizagem da matemática. Por ser de código aberto, os usuários podem modificar o código-fonte para atualizar ou introduzir novas ferramentas (Cometti, 2018).

O GeoGebra possui diversos recursos nas áreas de geometria, álgebra e cálculo, que são apresentados em sua interface, como mostrado na figura 1.Essa interface é composta por: (1) barra de menu para gerenciar configurações e salvar arquivos; (2) barra de ferramentas para construir figuras geométricas e medir objetos; (3) janela de álgebra para exibir coordenadas, equações e propriedades dos objetos; (4) campo de entrada de comandos; (5) lista de comandos disponíveis; (6) janela de visualização para exibir graficamente os objetos desenhados com o mouse, ícones ou comandos de entrada (Nascimento Junior; Galdino; Paulino, 2024).

Figura 1 – Interface de Interação do GeoGebra Classic 5



Fonte: (Nascimento Junior; Galdino; Paulino, 2024, p.6)

Um exemplo do uso do GeoGebra é apresentado no estudo de Feitosa, Aquino e Lavor (2020), que utilizaram essa ferramenta para o ensino de retas e planos. Os autores constataram que, por meio desse recurso, a aprendizagem se torna interativa e dinâmica, além de promover reflexões sobre a prática docente.

NÚMERO π

O símbolo π é a 16ª letra do alfabeto grego, que representa uma constante utilizada na matemática. A ideia da formalização do número π foi produzida da seguinte maneira:

> Em 1706, o matemático William Jones (1675-1749), em seu livro *Synopsis Palmariorium Matheseos*, usa pela primeira vez o símbolo π para representar a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro. Contudo, a popularização do símbolo veio apenas em 1778 quando o matemático

> Leonhard Euler (1707-1783) também utilizou o símbolo em seu livro *Introductio Analysin Infinitorium* (Maragnon, 2019, p.19).

E desde então, o número π é definido pela fórmula:

$$\pi = \frac{C}{d} \qquad (1)$$

Na qual, C é o comprimento da circunferência de raio r e d, o diâmetro. Além disso, vale destacar a importância da *Identidade de Euler*,

$$e^{\pi i} + 1 = 0 \quad (2)$$

que relaciona em uma única equação os cinco mais importantes números da matemática, e contribuiu significativamente para a divulgação do número π.

Em Barros; Sá (2022) realizou-se uma abordagem histórica das principais concepções do número π em várias civilizações antigas. Além disso, algumas estimativas feitas por povos antigos e matemáticos importantes da época foram organizadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Algumas aproximações de π conforme evidências matemáticas de civilizações e matemáticos durante a história

Origem/autor	Data	Valor
Babilônia	2000 a.c	3 + 1/8
Egito (Papiro de Rhind)	1650 a.c	256/81
Arquimedes	250 a.c	22/7
Ptolomeu	150 d.c	377/120
China (Liu Hui)	220 d.c	3,14159
China (Tsu Chung Chih)	480 d.c	355/133

Fonte: (Barros; Sá, 2022, p. 3)

Dentre os valores apresentados, as estimativas feitas na Babilônia (para menos) e Egito (para mais) são as que estão mais distantes do valor atual, no entanto, a diferença é de cerca de 0,6%.

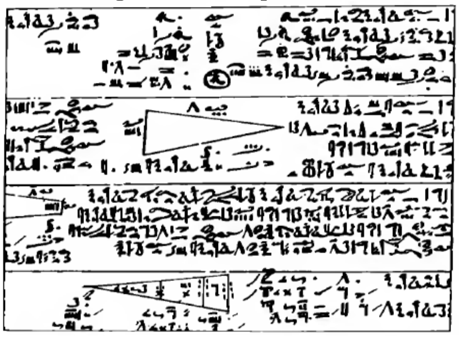
Gomes e Pereira (2023) propuseram uma atividade para obtenção do número π, em que os discentes utilizavam objetos encontrados em casa com conferência de valores no GeoGebra. Os autores apontaram que os próprios estudantes conseguiram descobrir o significado dessa constante. A atividade de descoberta do número π, pode impulsionar para a aprendizagem matemática, e considerando uma proposta baseada em fatos históricos, pode haver uma conexão entre o que está sendo aprendido e o que foi produzido ao longo dos tempos.

PAPIRO DE RHIND

O Papiro Matemático de Rhind foi descoberto em 1858 pelo arqueólogo escocês Alexander Henry Rhind nas ruínas próximas ao Ramesseum, templo funerário do faraó Ramessés II no Alto Egito, onde hoje está Luxor. Datado de aproximadamente 1650 a.c., é uma importante fonte para o estudo da matemática no Antigo Egito. Após a morte de

Rhind em 1863, o Museu Britânico em Londres preserva a maior parte do papiro desde 1865 (Silva e Pereira, 2016). Curiosamente, o egiptólogo americano Edwin Smith adquiriu fragmentos faltantes do Papiro de Rhind, que foram doados ao Museu do Brooklyn em 1932 (Boyer, 1974). A Figura 2 mostra um fragmento do Papiro de Rhind.

Figura 2 – Fragmento do Papiro de Rhind



Fonte: (IFRAH, 2000, p. 171)

O Papiro de Rhind é um material utilizado pelos escribas para resolver alguns problemas matemáticos que envolvem aritmética, progressão aritmética, geometria, áreas, volumes, pirâmides, cilindros e problemas diversos. Em seu livro "*The Rhind Mathematical Papyrus*", Chace, (1927) apresenta problemas e soluções utilizando o método de cálculo egípcio. O Quadro 2 detalha as seções, conteúdos abordados e os problemas selecionados.

Quadro 2 – Conteúdos matemáticos dos problemas do Papiro de Rhind.

SEÇÃO	CONTEÚDO	PROBLEMAS
I	Aritmética	1 a 40
II	Geometria	41 a 46
III	Áreas	47 a 55
IV	Pirâmides	56 a 60
V	Assuntos variados	61 a 84

Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

De acordo com Eves, (2008), este artefato histórico descreve as operações de adição, multiplicação e divisão, além de apresentar indícios do uso de frações pelos egípcios e seu emprego no método de falsa posição e na solução de problemas de determinação de áreas.

Araújo e Borges Neto (2022), fizeram uso do Problema 79 do Papiro de Rhind para a promoção do ensino de potências, buscando contribuir com a educação matemática por meio de textos originais, podendo integrar à história ao cotidiano escolar. Dessa forma, pode-se compreender que o Papiro de Rhind oferece uma possibilidade para promover o ensino através da história da matemática.

No problema a seguir, tem-se uma relação indireta ao cálculo do número π utilizando a comparação entre a área de um circulo e o quadrado circunscrito. De acordo com Chace, 1927 o Problema 48 do Papiro de Rhind: *Compare a área do círculo e seu quadrado circunscrito,* e para solucionar a questão, o escriba considerou a área do círculo de diâmetro 9, com a área do quadrado cujo lado é o diâmetro diminuído de sua nona parte. Sabe-se que o diâmetro é o dobro do raio do círculo. Matematicamente, temos:

$$\pi r^2 = (d - \frac{d}{9})^2 \quad (3)$$

$$\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(\frac{8}{9}d\right)^2 \quad (4)$$

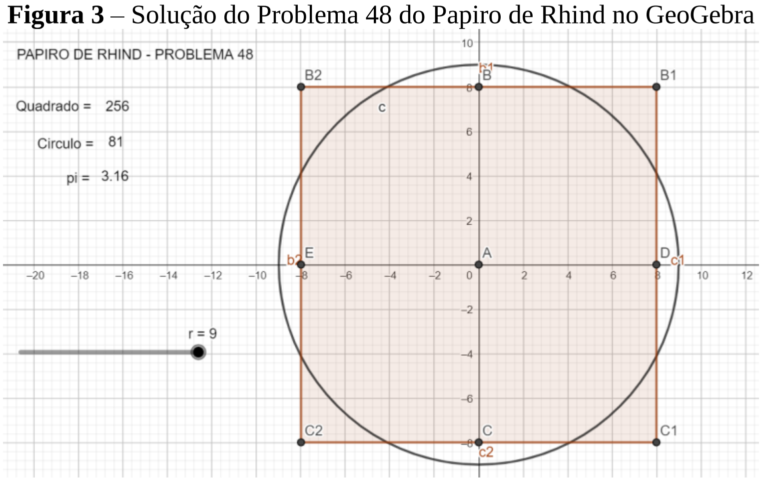
$$\pi = \frac{256}{81} \approx 3{,}1604 \quad (5)$$

Mesmo que no enunciado deste problema não informe explicitamente o valor de π, atualmente, sabe-se que a área do círculo é obtida por meio da fórmula $A = \pi r^2$. A demonstração desse fato pode ser observada em (Oliveira, 2013). Os egípcios já conseguiam estimar o número π com erro percentual relativo de aproximadamente 0,6%.

ATIVIDADE DINÂMICA COM O GEOGEBRA

Na Figura 3, é proposta uma atividade dinâmica no GeoGebra para modificar o valor do raio do círculo por meio do controle deslizante r, é possível verificar que os valores do quadrado e círculo são atualizados. Desta forma, a estimativa do cálculo de "*pi*" é mostrada na tela, e por ser uma constante, independente da variação das áreas do círculo e quadrado, o valor permanece o mesmo, $\pi \approx 3{,}16$.

Figura 3 – Solução do Problema 48 do Papiro de Rhind no GeoGebra



Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Para possibilitar que o docente possa utilizar a atividade dinâmica com seus alunos, deve-se seguir os seguintes passos de construção:

Passo 1: Criação do controle deslizante para variar os valores do raio r. Acesse o site oficial do GeoGebra (https://www.geogebra.org) e selecione a opção controle deslizante destacada na Figura 4 e clique na posição que deseja inserir na janela gráfica do GeoGebra.

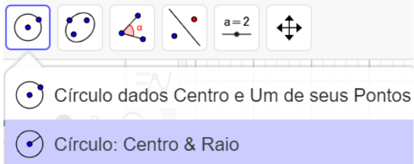
Figura 4 – Selecionando a opção controle deslizante

Fonte: Elaborada pelos autores (2024)

Passo 2: Configuração do controle deslizante r. Altere os parâmetros *nome*, *min*, *max* e *incremento* para os seguintes valores, $r = 1$, *min = 0*, *max = 9* e *incremento = 0.1*, respectivamente, nessa ordem.

Passo 3: Construção de círculo com centro na origem e raio definido pelo controle deslizante r. Selecione a opção *Círculo*: *Centro & Raio*, conforme a Figura 5 e aponte com o *mouse* para a o ponto (0,0), em seguida, forneça o valor do raio r.

Figura 5 – Construção do círculo de centro (0,0) e raio r



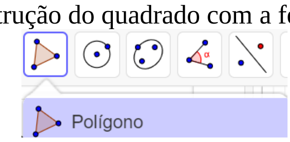
Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Passo 4: Geração dos pontos $B1, B2, C1$ *e* $C2$ no campo de entrada do GeoGebra,

$$\mathrm{B1}\left(\frac{8}{9}\mathrm{r}, \frac{8}{9}\mathrm{r}\right)\ (6), \mathrm{B2}\left(-\frac{8}{9}\mathrm{r}, \frac{8}{9}\mathrm{r}\right)(7), \mathrm{C1}\left(\frac{8}{9}\mathrm{r}, -\frac{8}{9}\mathrm{r}\right)(8) \text{ e } \mathrm{C2}\left(-\frac{8}{9}\mathrm{r}, -\frac{8}{9}\mathrm{r}\right)(9)$$

Passo 5: Seleção da ferramenta Polígono, ao clicar na opção destacada na Figura 6, aponte para os pontos B1, B2, C2, C1, B1 para criar o quadrado.

Figura 6 – Construção do quadrado com a ferramenta polígono



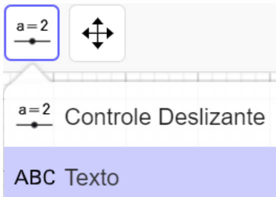
Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Passo 6: Geração de Variáveis na janela de comandos do GeoGebra. Crie as três variáveis: *areadoquadrado*, *areadocirculo* e *pi*, assumindo, respectivamente, os valores:

$$\left(\frac{16}{9}\mathrm{r}\right)^2, \mathrm{r}^2 \text{ e } \frac{\text{areadoquadrado}}{\text{areadocirculo}} \quad (10)$$

Passo 7: Utilização da ferramenta *Texto* para criar os nomes: *Quadrado* =, *circulo* = e *pi* =. Selecione a ferramenta texto e insira individualmente os textos informados, conforme Figura 8.

Figura 8 – Ferramenta texto do GeoGebra



Fonte: Elaborado pelos autores (2024)

Passo 8: Exibição dos valores obtidos na janela de comandos. Por exemplo, clique na ferramenta *Texto*, em seguida, opção *avançado*,  caso o usuário selecione a opção *areadoquadrado*, clique em OK. Na janela de comandos será exibida o valor numérico armazenado na variável *areadoquadrado.*

O passo a passo apresentado neste estudo, evidenciou uma demonstração dinâmica do problema 48 do Papiro de Rhind. A manipulação do raio do círculo e a visualização da relação entre as áreas do círculo e do quadrado tem potencial de proporcionar uma abordagem visual e prática do conceito de *pi*. Esse tipo de recurso pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático, permitindo que os alunos explorem a constância de *pi*, mesmo com a variação das áreas, reforçando de maneira lúdica e significativa a compreensão dos princípios geométricos.

Além disso, essa atividade não só pode facilitar a compreensão de *pi* como uma constante, mas também promover o desenvolvimento de habilidades tecnológicas através do uso do GeoGebra, uma ferramenta amplamente valorizada no ensino de matemática. A inclusão da tecnologia no aprendizado matemático permite uma compreensão mais profunda dos conceitos e uma maior interação com os problemas apresentados. Assim, ao final da construção e exploração da atividade no GeoGebra, os alunos podem reforçar a conexão entre geometria e números, visualizando e entendendo de maneira mais clara o significado e a aplicação do número *pi*.

CONCLUSÃO

Este artigo discute o número π, definido como a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro. Civilizações antigas, como os egípcios, obtiveram estimativas para o número π, utilizando razões relacionadas à área de figuras planas, como quadrados e círculos, conforme mencionado no problema 48 do Papiro de Rhind. Utilizando o método egípcio, o valor de π foi estimado em aproximadamente 3,1604. Comparado com estimativas mais precisas, isso resulta em um erro percentual de cerca de 0,6%, o que é uma aproximação razoável dada a tecnologia da época e o uso exclusivo de recursos geométricos.

Através da atividade dinâmica no GeoGebra, foi possível observar que os egípcios utilizavam uma aproximação para o valor de π, considerando valores de raio r na faixa de $0 < r \leq 9$. Identificou-se que ao modificar os valores de r, a área do quadrado também mudava, mas a razão entre as áreas permanecia constante em 3,16, conforme os cálculos efetuados por eles.

Perante o exposto, é fulcral ressaltar que o uso do GeoGebra como recurso didático, em conjunto com a história da matemática, pode enriquecer o ensino. Isso permite explorar de maneira dinâmica os cálculos realizados pelos egípcios para o número π. Espera-se que este artigo inspire os docentes a incluir a História da Matemática nas aulas, utilizando atividades interativas no GeoGebra. Assim, essa proposta didática pode criar um ambiente investigativo e estimular a curiosidade dos alunos.

REFERÊNCIAS

AMBRÓSIO, U. D. A Interface entre História e Matemática: Uma Visão Histórico-Pedagógica. **Revista História da Matemática para Professores**, RHMP, Natal (RN), v. 7, n. 1, abr. 2021, e-ISSN: 2675-715X.

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. R. A Investigação Científica em História da Matemática e suas relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo, Cortez, p.164-185, 2004.

BARROS, R. L; SA, P. F. Incrível História do Número π. **Revista História da Matemática para Professores**, Natal (RN) v.8, n.1, p1-11, 2022, e-ISSN: 2675-715X.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher, 1974.

CHACE, A. B, **The Rhind Mathematical Papyrus**, Vol 1, Mathematical Association of America, Oberlin, Ohio, U.SA, 1927.

COMETTI, M. A. **Discutindo o Ensino de Integrais Múltiplas no Cálculo de Várias Variáveis:** Contribuições do GeoGebra 3D para a Aprendizagem. Dissertação - (Mestrado Profissional em Educação Matemática) Universidade Federal de Ouro Preto. 193f. Ouro Preto, 2018.

COSTA, R. A. S. O Uso das Novas TIC's e o GeoGebra no Processo de Ensino-Aprendizagem da Matemática. *In*: ARAÚJO, V. F. **A educação enquanto fenômeno social:** Propósitos econômicos, políticos e culturais, Àtica, 2023.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**, Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora Unicamp, 2008.

FEITOSA, M. C.; AQUINO, A. A.; LAVOR, O. P. Ensino de retas e planos com auxílio do software GeoGebra 3D mobile. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, Cuiabá, v. 8, n. 2, p. 374–391, 2020.

GARBI, G. G. **A Rainha das Ciências:** Um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática, 5. Ed rev e ampl. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

GOMES, L. F. F.; PEREIRA, R. S. G. A descoberta do número pi: uma proposta de ensino para a rede básica. **Revista Ciências & Ideias**, v. 14, p. 1-11, 2023.

IFRAH, G. **The Universal History of Number:** From Prehistory the Invention of the computer. John Wiley $ Sons, 2000.

LARA, I. C. M. O Ensino da Matemática por meio da História da Matemática: Possíveis articulações com a Etnomatemática, **VIDYA**, v.33, n.2, p.51-62, 2013.

MARAGNON, M. D. **O número π.** PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Federal de Juiz de Fora, 66f. Juiz de Fora, 2017.

NASCIMENTO JUNIOR, E. C.; GALDINO, J. F.; PAULINO, O. F. As Contribuições Do Geogebra Como Ferramenta Auxiliar No Ensino E Aprendizagem De Cálculo Diferencial Em Uma Universidade Do Semi-Árido Potiguar. **REVISTA FOCO**, [S. l.], v. 17, n. 4, p. e4906, 2024.

OLIVEIRA, G. J. D. **A Utilização do Cálculo Diferencial e Integral para estender os Cálculos de Áreas de Figuras Planas e Comprimento de Curvas no Plano**. PROFMAT. Dissertação - (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) 95f. João Pessoa, 2013.

SILVA, I. C; PEREIRA, A.C.C. **O Estudo de Fontes Históricas: O Caso do Problema 56 do Papiro de Rhind para o estudo de Pirâmides.** Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, São Paulo – SP, 13 a 16 d julho de 2016.