

UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE ENVOLVENDO O TABULEIRO DE XADREZ DE JOHN NAPIER PARA O ENSINO DE MULTIPLICAÇÃO

Jeniffer Pires de Almeida¹
Pedro Henrique Sales Ribeiro²
Ana Carolina Costa Pereira³

RESUMO

Esse artigo é uma sugestão para a sala de aula da Educação Básica e tem por objetivo apresentar uma proposta para o ensino da operação de multiplicação por meio da história da matemática. Em particular, é apresentado o instrumento de cálculo do século XVII intitulado Tabuleiro de Xadrez proposto no tratado *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgula...* (1617) de John Napier (1550 – 1617). Este instrumento de cálculo é baseado no método da Aritmética de Localização que realiza operações matemáticas a partir do movimento das peças sobre números dispostos no Tabuleiro. Ele possui potencialidades didáticas que podem ser exploradas nas aulas de matemática da Educação Básica, principalmente devido sua essência lúdica, sendo comparado a um jogo. Dessa forma, considera-se um excelente recurso histórico para adentrar o ensino de Matemática.

Palavras-chave: Operação de Multiplicação. Tabuleiro de Xadrez. Instrumentos Matemáticos.

INTRODUÇÃO

A produção de materiais didáticos advindos da história da matemática tem aumentado nas duas primeiras décadas do século XXI. Esse fato pode ser justificado pela publicação, em 1998, dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que dentre os caminhos para “fazer Matemática” na sala de aula, citava o recurso à história da matemática como um “instrumento de resgate da própria identidade cultural” (BRASIL, 1998, p. 42).

Dentre as várias funções que lhe é dada, a história da matemática pode elucidar conceitos matemáticos que estão sendo construídos pelo estudante, sobretudo no que se refere a responder questionamentos, contribuindo para atingir as competências básicas que envolvem a matemática da Educação Básica.

Nesse sentido, consideramos que a história da matemática possa contribuir para contextualizar as atividades escolares de forma prática, dando situações problemas históricas que se assemelham com as encontradas atualmente. Entretanto, Brasil (1998, p. 43) ressalta que

¹ Mestranda em Educação na Universidade Estadual do Ceará (UECE). Licenciada em Matemática (UECE). E-mail: jeniffer.almeida@aluno.uece.br

² Mestrando em Educação na Universidade Estadual do Ceará (UECE). Licenciado em Matemática (UECE). E-mail: henrique.ribeiro@aluno.uece.br

³ Professora Associada da Universidade Estadual do Ceará (UECE). Doutora em Educação (UFRN). E-mail: carolina.pereira@uece.br

essa abordagem não deve ser entendida simplesmente que o professor deva situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática ou contar sempre em suas aulas trechos da história da Matemática, mas que a encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conceitos, sem reduzi-la a fatos, datas e nomes a serem memorizados.

Embora os PCN (BRASIL, 1998), indique o uso da história da matemática como recurso didático, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com sua 2ª versão publicada em 2018, deixa-a em segundo plano, ressaltando que “é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática” (BRASIL, 2018, p. 298). Ou mesmo para indicar que na “aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática” (BRASIL, 2018, p. 299).

Partindo dessas orientações curriculares, alguns pesquisadores (OLIVEIRA, PEREIRA, 2020; SANTOS, PEREIRA, 2022; ALVES, PEREIRA, 2019) já estão produzindo materiais didáticos envolvendo a história da matemática. Além disso, destacamos também o Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM), vinculado a Universidade Estadual do Ceará (UECE), que desenvolve pesquisas com instrumentos matemáticos antigos, construindo réplicas a partir de diretrizes contidas nos tratados e aplicando em situações práticas do período que foi fabricado.

Os instrumentos matemáticos podem ser materiais (recursos) didáticos, a partir de um estudo contextual, historiográfico, epistemológico e matemático, realizando um tratamento didático adequado, e tendo consciência da sua intencionalidade para o uso em sala de aula, para que posteriormente seja desenvolvido um plano de ação e sua aplicação. Essas etapas são importantes para a transição do material histórico ao material de uso educacional, visto que como são projetados por historiadores da matemática e educadores matemáticos, que possuem métodos e objetos de investigação próprios e bem definido.

Dessa forma, Ribeiro e Pereira (2023, p. 2) definem instrumentos matemáticos/científicos como

artefatos ferramentas utilizadas para o desenvolvimento de práticas laboratoriais, para fazer observações e/ou realizar experimentos; ou como um aparato para realizar cálculos aritméticos, medição de comprimento, altura, profundidade, peso, entre outros; para o cálculo de distâncias lineares e angulares; ou ainda para compreender fenômenos naturais, tais como pressão, temperatura, volume, força, etc.

Dentre vários instrumentos matemáticos/científicos desenvolvidos ao longo da história, pode-se citar os báculos, o jacente no plano, os quadrantes (náuticos e geométricos), astrolábios,

os setores, as régua de cálculos (lineares e circulares), os ábacos, entre outros, que foram usados em um determinado período para a realização de práticas matemáticas. Muitos desses aparatos possuem potencialidades didáticas para o uso na formação de professores e na Educação Básica, em particular, é abordado nesse trabalho o Tabuleiro de Xadrez contido no tratado *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgula...* (1617) de John Napier (1550 – 1617) voltado para realizar operações aritméticas, como a adição, subtração, divisão, extração de raízes quadradas e multiplicação, sendo o último foco desse estudo.

Neste sentido, este artigo tem intuito de apresentar uma sugestão didática para o ensino da operação de multiplicação por meio da história da matemática. Em particular, é apresentado o instrumento de cálculo do século XVII intitulado Tabuleiro de Xadrez de John Napier e seu método chamado Aritmética de Localização. Ressaltamos que, a partir do devido tratamento didático, essa proposta pode ser utilizada tanto na formação de professores que ensinam Matemática como na Educação Básica.

O RABDOLOGIAE DE JOHN NAPIER E SEUS INSTRUMENTOS DE CÁLCULO

Dentre as principais características do renascimento europeu, que favoreceu o desdobramento da ciência moderna, podemos mencionar a crescente circulação de conhecimento, especialmente por meio da produção de tratados científicos que abordavam questões relacionadas, por exemplo, à astronomia, geometria e aritmética (SAITO, 2015).

Um desses tratados, que se deteve a questões matemáticas de natureza aritmética, é o *Rabdologiae, seu Numerationis per Virgula...*⁴, escrito em latim e publicado em 1617, na cidade de Edimburgo, capital da Escócia. Essa obra, escrita pelo praticante de matemáticas escocês John Napier, está organizada em dois livros, seguidos de um apêndice e de um terceiro livro adicionado ao final do tratado.

Nesse tratado, os dois primeiros livros abordam uma descrição da construção e do uso do instrumento matemático intitulado como Barras de Calcular, que consiste em um conjunto de prismas de base quadrada com os múltiplos dos dez primeiros números naturais inscritos em seu comprimento e possibilita a realização das operações aritméticas de multiplicação, divisão e extração de raízes (MARTINS, 2019).

Já no apêndice, o autor detalha os procedimentos necessários para a construção e utilização do *Promptuario* para multiplicações, que é formado por dois conjuntos de varetas, verticais e horizontais, e uma caixa que é utilizada para guardá-las. Com esse instrumento, é

⁴ Para uma melhor descrição do tratado vide Martins e Pereira (2018).

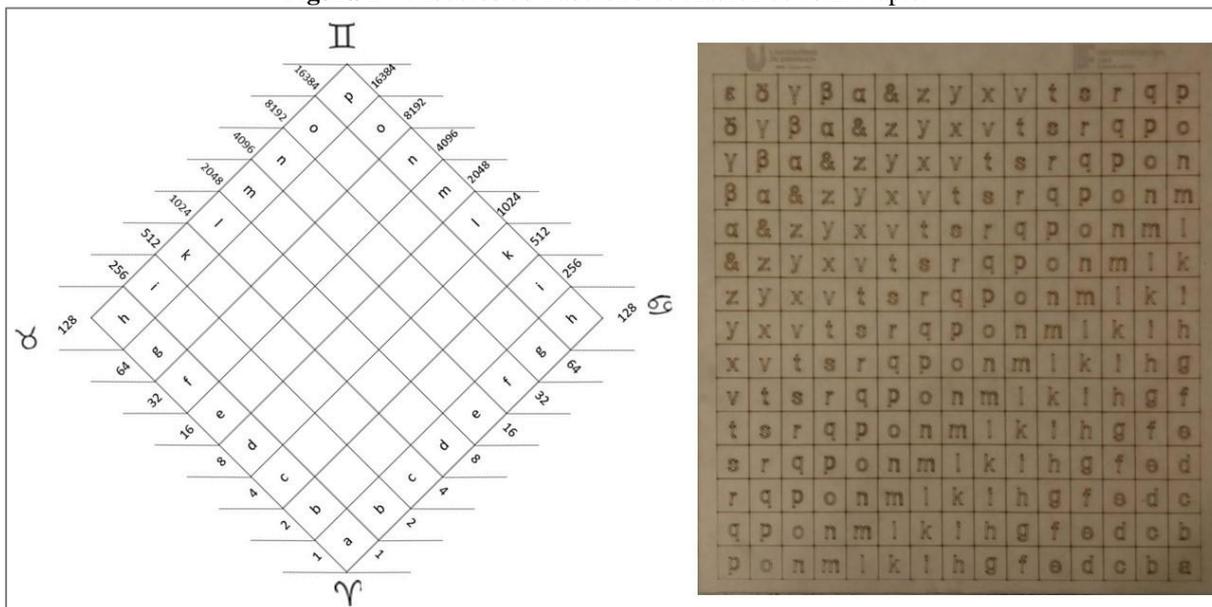
possível realizar longas operações de multiplicação apenas por meio de pequenas somas (RIBEIRO; PEREIRA, 2021; 2023).

Por fim, no livro adicionado ao final do tratado, o autor detém-se a explicar as regras de manipulação do Tabuleiro de Xadrez de acordo com o método denominado como Aritmética de Localização. Utilizando-se desse método é possível realizar as quatro operações aritméticas fundamentais, bem como a extração de raízes, apenas com o movimento de peças no instrumento. Dessa forma, esse artigo traz uma proposta de atividade de multiplicação na qual esse aparato é o principal recurso didático mobilizado, e, por essa razão, esse dispositivo será detalhado na seção posterior.

O TABULEIRO DE XADREZ E A OPERAÇÃO DE MULTIPLICAÇÃO

Descrito no último livro do tratado *Rabdologiae...*, o Tabuleiro de Xadrez (Figura 1) é um aparato matemático desenvolvido pelo estudioso John Napier que tinha como finalidade reduzir e facilitar os cálculos das operações aritméticas com números naturais em seu período. Para a realização dessas operações o autor desenvolveu um método denominado como Aritmética de Localização, pelo qual os cálculos são efetuados a partir de regras determinadas, como um jogo (NAPIER, 1617).

Figura 1 – Modelos do Tabuleiro de Xadrez de John Napier⁵



Fonte: Elaborada pelos autores (2023).

⁵ Destacamos que a imagem à esquerda é um modelo digital do Tabuleiro de Xadrez de John Napier, elaborado conforme a descrição do tratado *Rabdologiae...*. Já a imagem à direita é a primeira versão de um protótipo concreto criado para o uso em sala de aula que, diferente do anterior, já se encontra totalmente graduado, com base nos estudos sobre o instrumento. Porém, salientamos que sua versão concreta, como uma réplica do que está descrito no tratado, já está sendo confeccionado para uso em sala de aula.

Tais regras dizem respeito às formas como os valores são dispostos no Tabuleiro de Xadrez e às movimentações das peças sobre ele. Dessa forma, torna-se importante a compreensão do processo de construção e graduação do instrumento, uma vez que é a partir dos padrões numéricos contidos nele que é possível realizar as operações e refletir sobre seus conceitos. No entanto, visto que não é foco desse estudo apresentar a construção do Tabuleiro de Xadrez, indicamos o estudo realizado por Almeida e Pereira (2023).

Contudo, salientamos que os números utilizados no Tabuleiro de Xadrez de John Napier são dispostos como duplicações, começando pela unidade, possuindo cada um dos valores duas notações, a *comum* e a *local*. A notação comum se refere a forma usual de escrever o número, como por exemplo, o número 2^6 , já a notação local está relacionada a escrita alfabética do valor, como por exemplo, o número local *b*, que equivale ao número comum 2. O mesmo vale para os demais valores dispostos no instrumento, como o número comum *l*, que corresponde ao número local *a*, o 4 ao *c*, o 8 ao *d* e assim em diante, como observado na Figura 1.

A partir dos números escritos no Tabuleiro de Xadrez de John Napier é possível realizar o cálculo das operações com qualquer valor, reescrevendo-o como uma soma dos números no instrumento. Por exemplo, o valor cinco, pode ser reescrito como a soma dos números *la* e *4c*. Tais associações são realizadas por meio de conversões numéricas, para melhor compreensão desse processo, vide Almeida e Pereira (2021).

Isto posto, a última regra do método de Aritmética de Localização para o manuseio do Tabuleiro de Xadrez, está relacionado às formas de movimentações de peças, que segundo Almeida e Pereira (2020), ocorrem de duas formas, sendo a primeira delas semelhante ao movimento da torre no jogo tradicional de xadrez, ou seja, paralelo às linhas do instrumento, e a segunda conforme o bispo do jogo de xadrez, seguindo as diagonais do tabuleiro.

Com base nas regras apresentadas, o cálculo da multiplicação no instrumento é efetuado conforme os passos descritos no Quadro 1, a seguir.

Quadro 1 – Passos para efetuar a multiplicação com o Tabuleiro de Xadrez

PASSO	AÇÃO
1	Indicação com peças dos valores do multiplicando e multiplicador nas laterais do instrumento
2	Movimento da torre com as peças do multiplicando e multiplicador
3	Marcação das interseções dos movimentos da torre
4	Movimento do bispo com as peças das interseções
5	Soma dos valores das peças após os movimentos dos bispos

Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

⁶ Salientamos que essa representação do número (em algarismo e não por extenso) se refere a *notação comum* utilizada por Napier (1617) no método de Aritmética de Localização.

Tais passos são retratados de forma mais ampliada no estudo elaborado por Almeida e Pereira (2020) e Almeida (2022). No entanto, ressaltamos que, em cada etapa da manipulação do Tabuleiro de Xadrez para multiplicação, podem emergir conceitos matemáticos que favoreçam a compreensão dessa operação para além do seu algoritmo tradicional, mostrando-se como um potencializador didático para o ensino desse conteúdo na Educação Básica, especialmente por meio da elaboração de atividades, como a proposta apresentada na seção seguinte.

UMA ATIVIDADE COM O TABULEIRO DE XADREZ PARA O ENSINO DE MULTIPLICAÇÃO

A partir do que foi exposto, elaboramos uma proposta de atividade direcionada ao ensino de multiplicação na Educação Básica, especialmente para o 6º ano do Ensino Fundamental Anos Finais, intitulada *Operando a multiplicação no Tabuleiro de Xadrez de John Napier*, e tendo por objetivo estudar a operação de multiplicação efetuada por meio de um instrumento histórico matemático do século XVII, o Tabuleiro de Xadrez.

Dessa forma, podemos situar essa sugestão de atividade de acordo com a caracterização da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), sendo sua unidade temática *números*, o objeto de conhecimento “operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais” (BRASIL, 2018, p. 300), e mobilizando a habilidade de “resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora”⁷ (BRASIL, 2018, p. 301).

Para o desenvolvimento dessa atividade, propomos que a sala seja dividida em grupos e que o professor disponibilize aos alunos uma réplica⁸ do Tabuleiro de Xadrez de John Napier, um conjunto de peças⁹ para as movimentações necessárias aos cálculos, folhas de ofício em branco, lápis e borrachas. Estando os alunos em posse desses materiais, o professor pode dar início a atividade, que é composta por cinco momentos, descritos no Quadro 2.

⁷ Trata-se da habilidade EF06MA03 da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

⁸ O *download* de uma versão digital em PDF desse instrumento pode ser realizado pelo link: <https://drive.google.com/drive/folders/1wgOfu-z0Xz9YzfAE6LGzgYiFFvavyxCz?usp=sharing>

⁹ Recomenda-se que o professor disponibilize pelo menos 18 peças, sendo três conjuntos de seis peças de cores distintas, de forma que seja possível representar o multiplicando, o multiplicador e o produto.

Quadro 2 – Momentos de desenvolvimento da atividade

MOMENTOS	AÇÕES DOS DISCENTES
Compreendendo o instrumento	1. Observem a forma como os números são dispostos no Tabuleiro de Xadrez de John Napier
	2. Vocês perceberam padrões nos números que estão: a) Nas linhas e colunas do instrumento? Quais são eles? b) Nas diagonais do instrumento? Quais são eles?
As conversões numéricas no instrumento	3. Escrevam como seriam as representações dos seguintes valores no Tabuleiro de Xadrez de John Napier: a) 20 b) 3
Os movimentos das peças no instrumento	Descrição dos movimentos: Torre: a torre movimenta-se paralela às linhas e colunas do instrumento, da direita para a esquerda e de baixo para cima; Bispo: o bispo movimenta-se nas diagonais do instrumento, as casas de cada uma dessas diagonais possuem sempre o mesmo valor.
Efetuando multiplicações no instrumento	4. Efetuem a multiplicação de 20 por 3, utilizando o Tabuleiro de Xadrez de John Napier, seguindo os passos: a) Represente o multiplicando 20 na margem direita do instrumento com peças de uma cor (fora do Tabuleiro); b) Com peças de cores diferentes das anteriores, represente o multiplicador 3 na margem inferior (fora do Tabuleiro); c) Movimentem as peças do multiplicando com o movimento da torre para a esquerda e as peças do multiplicador com o movimento da torre para cima; d) Marque, com peças de cores diferentes, as casas em que os movimentos anteriores se encontram; e) Deixem somente as peças que estão dentro do Tabuleiro, retirando aquelas que representavam o multiplicador e multiplicando; f) Movimentem, de uma por uma, as peças que estão dentro do Tabuleiro, com o movimento do bispo, para a margem do instrumento; g) Some os valores de cada uma das peças que foram movimentadas para as margens do instrumento e anote o resultado (Figura 2).
Formalizando os processos	5. O que representa o valor encontrado no item (g) da questão 4?
	6. O que representa os valores das casas marcadas no item (d) da questão 4?
	7. É possível observar, durante o processo, alguma figura geométrica no cálculo da multiplicação?
	8. Vocês notaram alguma semelhança entre a multiplicação realizada no Tabuleiro de Xadrez e a forma como vocês aprenderam a calcular essa operação?

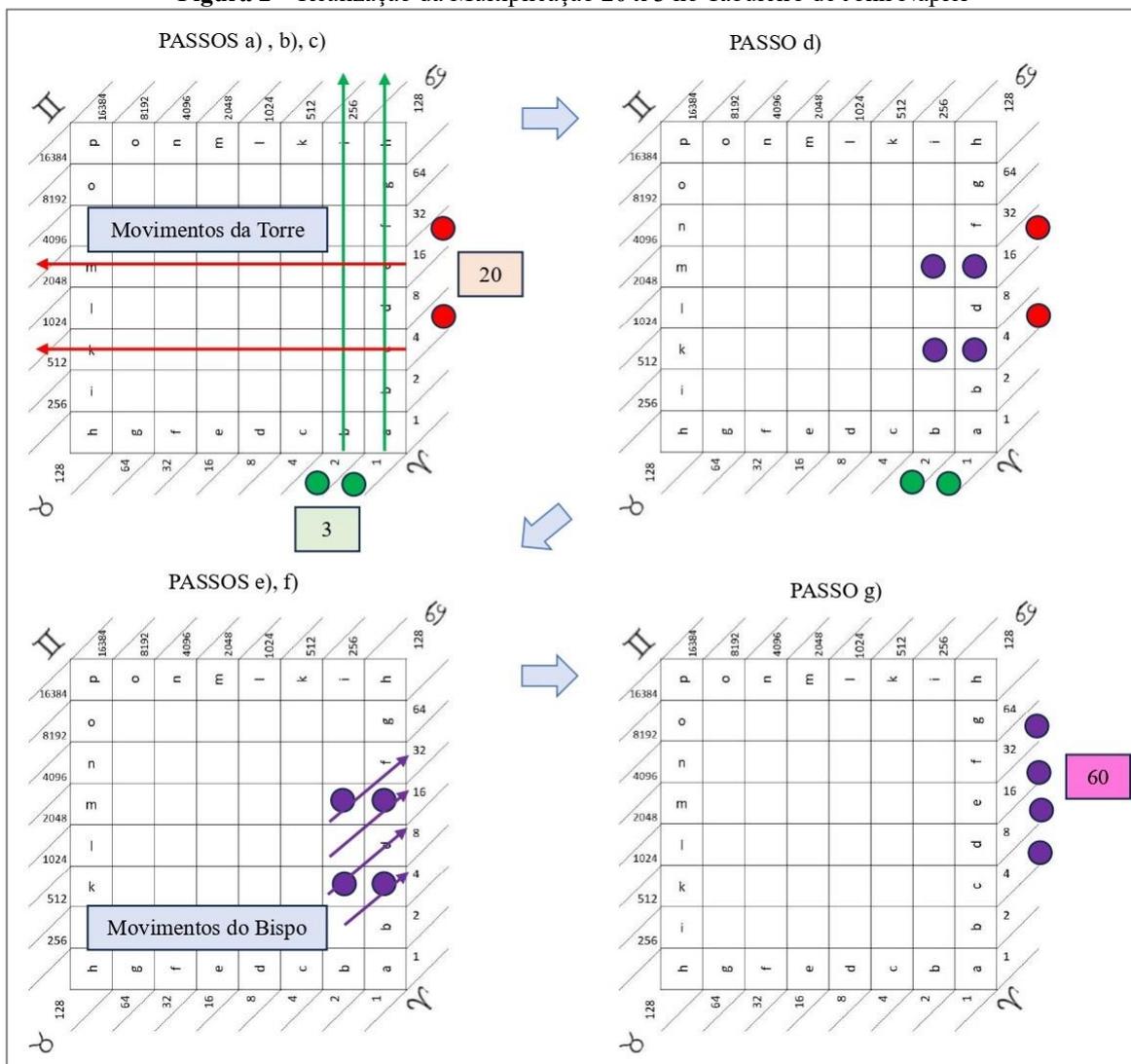
Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Nesse sentido, o primeiro momento tem como objetivo familiarizar os alunos com o instrumento matemático discutido, identificando os seus padrões numéricos. Posteriormente, espera-se que os alunos consigam representar números naturais como uma soma dos valores contidos no tabuleiro, conforme mencionado no processo de conversões numéricas. No terceiro momento os discentes devem ter contato com uma descrição dos movimentos das peças no instrumento, não sendo necessário que haja uma ação. Assim, esses três primeiros momentos são destinados à compreensão das regras envolvidas no método de Aritmética de Localização.

Já no momento seguinte, os alunos irão efetivamente manipular as peças no Tabuleiro para realizar a operação de multiplicação, seguindo o passo-a-passo descrito no Quadro 2 e ilustrado na Figura 2, de forma a obter o produto de 20×3 . É válido ressaltar que os fatores sugeridos para essa atividade podem ser modificados pelo professor, uma vez que os números

20 e 3 foram escolhidos para mobilizar também as conversões numéricas.

Figura 2 – Realização da Multiplicação 20 x 3 no Tabuleiro de John Napier



Fonte: Elaborado pelos autores (2023).

Por fim, no último momento, tem-se o intuito de formalizar os conceitos matemáticos que emergiram durante as ações dos momentos anteriores, relacionando o método utilizado no instrumento com o algoritmo convencional de forma a compreender os processos envolvidos na operação, conforme orienta a BNCC (BRASIL, 2018).

Quanto ao posicionamento do professor, defendemos que, durante essa atividade, ele assuma uma postura de mediador entre os conceitos matemáticos históricos presentes no instrumento e os conhecimentos prévios dos discentes. Ao final, recomendamos que o professor estimule uma discussão com toda a turma acerca das contribuições propiciadas por esse instrumento advindo da história da matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao estudar um instrumento histórico do século XVII para fins aritméticos, podemos perceber características particulares do aparato que podem ser utilizadas com fins didáticos. Em especial quanto ao Tabuleiro de Xadrez de John Napier, tratando-se de um recurso que possibilita a realização da operação de multiplicação, conseguimos elaborar propostas que estimulem a reflexão dos conceitos envolvendo essa operação.

Desse modo, podemos atingir o objetivo geral desse trabalho utilizando de uma descrição longitudinal do tratado *Rabdologiae...* e do instrumento em questão, o que forneceu o suporte necessário para a apresentação de uma atividade que elenca cinco momentos didáticos com suas respectivas ações a serem executadas pelos discentes.

Ressaltamos, por fim, que a sugestão descrita nesse texto, embora seja direcionada ao 6º ano do Ensino Fundamental Anos Finais, pode também ser utilizada em outros anos, tanto do Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais), como no Ensino Médio, de acordo com as necessidades da turma e a intencionalidade do professor.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Jeniffer Pires de. **A operação de multiplicação no Tabuleiro de Xadrez de John Napier para o estudo de conceitos matemáticos na formação do professor**. 2022. 83 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2022) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2022.

ALMEIDA, Jeniffer Pires de.; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A Aritmética de Localização de John Napier para a multiplicação. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 6, n. 2, p. 43–56, 2020.

ALMEIDA, Jeniffer Pires de; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A matemática presente nas conversões de números nas barras da Aritmética de Localização. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 691–706, 2021.

ALMEIDA, Jeniffer Pires de; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Conceitos matemáticos na graduação numérica do instrumento Tabuleiro de Xadrez de John Napier com base em uma prática universitária. **Ensino & Multidisciplinaridade**, São Luís, v. 8, n. 2, p. e1022, 1–10, 2023.

ALVES, Verusca Batista; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A reconstrução dos círculos de proporção no GeoGebra como uma atividade para a mobilização de conhecimentos matemáticos. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 5, n. 1, p. 19–28, 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental (Matemática)** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

MARTINS, Eugenio Brito. **Conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das barras de calcular de John Napier descritas no tratado Rabdologiae de 1617**. 2019. 104 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal do Ceará, Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, Fortaleza, 2019.

MARTINS, Eugenio Brito; PEREIRA, Ana Carolina Costa. UMA PRIMEIRA DESCRIÇÃO DA OBRA: RABDOLOGIAE, SEU NUMERATIONIS PER VIRGULA ... DE 1617. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 14, p. 154–166, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v5i14.246.

NAPIER, John. **Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo**: cum appendice de expeditissimo multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus. Edimburgo: Andrew Hart, 1617.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Uma proposta de atividade com o instrumento jacente no plano para o nono ano do ensino fundamental com foco na semelhança de triângulos. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 6, n. 2, p. 20–27, 2020.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; PEREIRA, Ana Carolina Costa. O processo de graduação e uma utilização do Promptuario para multiplicação. **Revista História da Matemática para Professores**, v. 7, n. 2, p. 1-11, 2021.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; PEREIRA, Ana Carolina Costa. O ensino de multiplicação a partir do manuseio do Promptuario de John Napier: uma experiência na formação inicial de professores de matemática. **CONTRAPONTO: Discussões científicas e pedagógicas em Ciências, Matemática e Educação**, v. 4, n. 5, p. 38-56, 2023.

RIBEIRO, Pedro Henrique Sales; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Proposta de atividade envolvendo multiplicação a partir da manipulação do Promptuario para a formação de professores. **Revista Impa**, v. 4, n. 1, p. e023000, 2023.

SAITO, Fumizaku. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SANTOS, Andressa Gomes dos; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Atividade histórica usando a escala dos números de Edmund Gunter para mobilização de saberes matemáticos. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 8, n. 2, p. 1–8, 2022.

Submetido em: 30 de dezembro de 2023.

Aprovado em: 31 de dezembro de 2023.