

NAVEGANDO POR UM PANORAMA HISTÓRICO SOBRE LOGARITMOS: UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE

Andressa Gomes dos Santos¹

RESUMO

O desenvolvimento dos logaritmos ocorreu conforme a necessidade humana de resolver com mais agilidade cálculos extensos. Com isso, John Napier (1550-1617) em colaboração de Henry Briggs (1561-1630) estudaram logaritmos na base dez, posteriormente utilizados por Edmund Gunter (1581-1626) para elaborar a escala dos números. Considerando essa escala como artefato histórico, objetiva-se propor uma atividade sobre a propriedade de multiplicação dos logaritmos utilizando a escala dos números. Para isso, utilizou-se fundamentos da Teoria da Objetivação – TO para o desenvolvimento da atividade, resultando em uma proposta que mobiliza elementos básicos de logaritmo findando em uma sistematização matemática sobre a propriedade do logaritmo de um produto. Conclui-se que a atividade se estabelece como uma opção para que o professor de matemática possa mobilizar conceitos associados aos logaritmos, especialmente à propriedade da multiplicação de logaritmos de mesma base com o potencial de ser ampliada para abordar outros elementos voltados a esse assunto matemático. **Palavras-chave:** Logaritmos. História da Matemática. Teoria da Objetivação.

INTRODUÇÃO

Muitos conceitos matemáticos modernos tiveram berço nos séculos XVI e XVII, período no qual o conhecimento matemático estava se formalizando e estudos matemáticos estavam sendo financiados e promovidos (SAITO, 2015).

Um desses conceitos matemáticos é o logaritmo, desenvolvido a priori por John Napier, que ficou conhecido posteriormente por logaritmos neperianos, e o logaritmo de base dez, elaborado por Napier em contribuição com Henry Briggs, seguindo com uma publicação sobre esse estudo em 1619 (PEREIRA, 2015).

Ainda no século XVII foi descrita uma escala, chamado de escala dos números, fundamentada nos logaritmos de base dez, indício de que esse saber matemático poderia ser utilizado de maneira prática por meio de um instrumento matemático. De fato, Gunter (1623) propôs uso dos logaritmos para diversos fins práticos (SANGWIN, 2003; KIDWELL, 2015; SANTOS; PEREIRA, 2021).

Em relação ao ensino de saberes matemáticos em sala de aula com a utilização da história da matemática, Saito e Dias (2013) propõem uma interface que preze pela construção do saber matemático na sua episteme e por intermédio de uma atividade.

¹ Doutoranda em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Mestre em Ensino de Ciências e Matemática (IFCE). E-mail: andressagomes009@gmail.com

Com isso, o objetivo desse artigo é propor uma atividade sobre a propriedade de multiplicação dos logaritmos utilizando a escala dos números. Esse estudo está pautado na interface entre história e ensino de matemática com apoio de princípios da Teoria da Objetivação para produção da atividade.

Nesse contexto, apresenta-se quatro tópicos a seguir. O primeiro aborda um recorte sobre o desenvolvimento dos logaritmos, destacando os estudiosos Napier, Briggs e Gunter. O segundo tópico traz a estrutura da atividade que é descrita na sessão posterior com os problemas que compõem a atividade. Por fim, expõem-se as conclusões do estudo e perspectivas futuras para novas pesquisas e atividades para professores utilizarem em sala de aula.

BREVE PANORAMA DOS LOGARITMOS DE BASE DEZ

Os estudos dos logaritmos foram desenvolvidos na região que hoje conhecemos como Reino Unido por volta do século XVI. Observa-se na Figura 1 o mapa do que seria a região que a elaboração dos logaritmos ocorreu.

Figura 1 – Território em que aconteceu estudos sobre logaritmos nos séculos XVI e XVII



Fonte: Paterson (1785, s/p).

Além disso, o saber matemático, presente naquele período, dá indicativos por meio de tratados publicados na época de estar enraizado em uma interpretação geométrica da Matemática e em um caráter prático. Desse modo, o papel dos instrumentos matemáticos foi fundamental, haja vista que esses artefatos incorporavam saberes matemáticos (CORMACK, 2017; HIGTON, 1996).

Os instrumentos estavam inseridos em diversos âmbitos da sociedade inglesa, de maneira acentuada, por exemplo, na navegação, com isso, “[...] mercadores e investidores londrinos buscaram a expertise da navegação estrangeira como meio de reestruturar e expandir o comércio ultramarino da Inglaterra” (ASH, 2004, p. 86, tradução nossa). Esse desenvolvimento na prática em alto-mar ocorreu em meados do século XVI, haja vista a colaboração de Elizabeth I para esses estudos, o que colaborou para o desenvolvimento de tratados matemáticos voltados para navegação no tocante de cálculos e de instrumentos mais precisos.

Nesse âmbito, o estudioso das matemáticas John Napier foi responsável pelo primeiro tratado que traz o termo logaritmo, intitulado como *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*, publicado no ano de 1614. Em 1619, foi publicado outro tratado intitulado *Mirifici logarithmorum canonis constructio*, que, igualmente, envolve os estudos de Napier sobre esse assunto.

Posteriormente, Henry Briggs visitou John Napier na Escócia, nos anos de 1615 e 1616, para estudar os logaritmos. A partir dessa aproximação, Briggs publicou um tratado contendo tabelas logarítmicas de base decimal em Londres, no ano de 1617, intitulado *Logarithmorum chilias prima*.

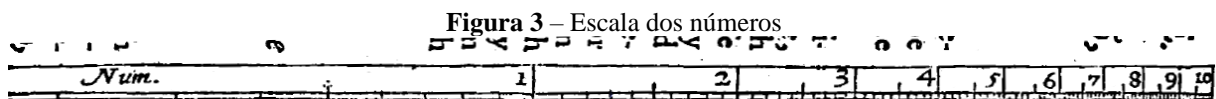
Nesse tratado *Logarithmorum Chilias Prima*, são dispostas várias tabelas logarítmicas contendo os primeiros 1000 logaritmos. Os logaritmos que Briggs traz nessas tabelas são semelhantes aos de base 10 que temos atualmente. As tabelas dos logaritmos decimais de Briggs (Figura 2) têm as representações dos logaritmos de 1 a 1000 com 14 casas decimais cada um (ROEGEL, 2011).

Figura 2 – Logaritmos de Briggs

Logarithmi.	
1	00000,00000,00000
2	03010,29995,66398
3	04771,21254,71966
4	06020,59991,32796
5	06989,70004,33602
6	07781,51250,38364
7	08450,98040,01426
8	09030,89986,99194
9	09542,42509,43932
10	10000,00000,00000

Fonte: Briggs (1617, p. 2).

Então, Gunter ao ter contato com os estudos desenvolvidos por Briggs enquanto professores do *Gresham College*² e a partir do seu interesse em instrumentos, escreveu um tratado chamado *De Sectore & Radio*, publicado em Londres, em sua primeira versão, no ano de 1623, impresso por William Jones e vendido por John Tomson, contendo a descrição e o uso de quatro instrumentos: Setor, *Cross-staff*, *Cross-bow* e Quadrante. Dentre as escalas desses instrumentos encontra-se a escala dos números³ (Figura 3) que incorpora o conceito de logaritmo na sua construção e manuseio.



Fonte: Gunter (1623, p. 31).

De forma resumida, essa escala incorpora conceitos logaritmos pois foi construída a partir dos logaritmos elaborados por Briggs, desse modo o segmento da marcação 1 a 2 representa o logaritmo de 2, o segmento correspondente a distância da marcação 1 a 3 refere-se ao logaritmo de 3 e assim por diante (SANTOS, 2022).

Esse artefato pode ser considerado um recurso didático advindo da história que pode ser utilizado no ensino de matemática ao se traçar um objeto de estudo, objetivo e problemas

² Para mais informações sobre o *Gresham College* vide Santos e Pereira (2022a).

³ Para construção da escala dos números consulte Santos e Pereira (2022b)

que mobilizem saberes incorporados ao instrumento que possibilitem que o discente reflita sobre a construção do assunto matemático.

ESTRUTURA DA ATIVIDADE

Como visto na sessão anterior, os logaritmos tiveram grande visibilidade nos séculos XVI e XVII especialmente na Inglaterra. Uma consequência dos estudos sobre esse assunto foi o desenvolvimento da escala dos números que pode ser considerada como um recurso didático proveniente da história com a mediação de uma atividade que a use como artefato.

Com isso, formulou-se uma atividade pautada na TO (RADFORD, 2015) com objeto voltado para o desenvolvimento de ideias sobre a propriedade de multiplicação de logaritmos com duas tarefas. A primeira com foco introdutório a respeito da representação logarítmica a partir de segmentos de reta e a segunda com ênfase na formalização matemática da propriedade de multiplicação de logaritmos. Assim, o Quadro 1 traz a estrutura da primeira tarefa no que se refere ao objeto da atividade o objetivo da tarefa e seus problemas.

Quadro 1 – Estrutura da tarefa 1

OBJETO	Desenvolvimento de ideias sobre a propriedade de multiplicação de logaritmos.
OBJETIVO	Entender a manipulação da escala dos números para soma de segmentos de reta, ou seja, multiplicação de logaritmos.
PROBLEMAS	Problema 1: Compreensão do uso da escala dos números para multiplicar dois números dados a partir das orientações de Gunter (1623).
	Problema 2: Estudo dos logaritmos incorporados na escala e como a soma de segmentos resultam em uma multiplicação de logaritmos.

Fonte: Elaborado pela autora

Percebe-se mediante o objetivo da tarefa e os problemas que ela tem um nível de dificuldade mediano considerando que o público-alvo possua o saber sobre potência. Já os problemas prezam por nível de compreensão crescente. Da mesma forma, o Quadro 2 também traz os elementos da segunda tarefa da atividade.

Quadro 2 – Estrutura da tarefa 2

OBJETO	Desenvolvimento de ideias sobre a propriedade de multiplicação de logaritmos.
OBJETIVO	Refletir sobre a multiplicação de logaritmos e formalizar essa propriedade matematicamente.
PROBLEMAS	Problema 1: Reflexão em grupo sobre a manipulação da escala em um problema contextualizado.

	Problema 2: Estimular os alunos a mobilizarem os saberes sobre soma de segmentos de reta e associar esse saber à propriedade de logaritmo do produto.
	Problema 3: Sistematização das ideias em linguagem matemática a partir da manipulação da escala em problemas contextualizados.

Fonte: Elaborada pela autora

Observa-se que a segunda tarefa está ligada à um problema contextualizado que deve ser resolvido com a utilização da escala. Com isso, o problema posterior requer uma abstração e compreensão dos logaritmos para que a propriedade da multiplicação seja formalizada matematicamente no terceiro e último problema da atividade.

Essa atividade pode ser aplicada em turmas do primeiro ano do Ensino Médio em que os discentes saibam elementos básicos de geometria como soma de segmentos, multiplicação e potenciação. Precisa-se disponibilizar uma escala dos números e compasso para cada aluno, caso não haja recursos suficientes, disponibilize, pelo menos, duas escalas dos números e dois compassos para cada grupo.

MOBILIZANDO O LOGARITMO DE UM PRODUTO

Com a escala dos números e um compasso responda:

- 1) Preencha o quadro de acordo com as perguntas sobre as características da escala dos números.

Quantos números estão marcados na escala?	
Espaçamento entre os números são iguais ou desiguais?	
Quantas marcações têm entre os números 1 e 2?	
A partir de qual conceito matemática a escala foi construída?	

- 2) Explore, em posse da escala dos números e do compasso, o trecho descrito por Gunter (1623) sobre a multiplicação de dois números com a escala.

“Estenda uma perna do compasso de 1 para o Multiplicador; na mesma extensão [do compasso] aplicada da mesma maneira, deve chegar do Multiplicando ao Produto” (GUNTER, 1623, p. 20, tradução nossa).

Como se os números a serem multiplicados fossem 2 e 3: estenda o compasso de 1 para 2, e a mesma extensão dará a distância de 3 para 6. (Adaptado de GUNTER, 1623)

Após o reconhecimento da manipulação da escala dos números para multiplicação de dois números, responda os problemas a seguir.

- 1) Um agricultor pretende plantar fileiras de árvores frutíferas em seu terreno. Ele decidiu plantar 5 fileiras de árvores e em cada fileira ele planeja plantar 8 árvores. Quantas árvores frutíferas ele plantará no total? Qual é a relação entre a manipulação com a escala para obter o produto de dois números e a soma de segmentos de reta?
- 2) Qual conclusão matemática pode-se indicar considerando a soma de segmentos de reta resultar em uma multiplicação com a escala dos números?

CONCLUSÃO

É possível verificar nas pesquisas realizadas com foco na Educação Matemática que muitas dão ênfase à história no ensino de Matemática. Estudos com esse viés trazem contextos históricos sobre determinado conceito, uso de documentos originais e de instrumentos matemáticos.

Neste artigo, foi abordado um panorama histórico sobre o conceito de logaritmo, especialmente o de base dez e o desenvolvimento de uma escala, denominada escala dos números que incorpora em sua construção de manuseio conceitos sobre esse assunto matemático. A partir disso traçou-se o objetivo de propor uma atividade sobre a propriedade de multiplicação dos logaritmos utilizando a escala dos números.

Desse modo, uma atividade foi elaborada com base na Teoria da Objetivação com o intuito de mobilizar a multiplicação de logaritmos de base dez. Com essa atividade é possível que o professor a utilize para construção do pensamento sobre a propriedade da multiplicação de logaritmo de mesma base.

Há também a possibilidade de ampliar a atividade e fornecer outros objetivos a ela conforme a necessidade que o professor visualiza. Ressalta-se, assim, que a proposta pode ser modificada de acordo com o objetivo da aula e do conteúdo a ser administrado.

Conclui-se que a atividade desenvolvida nesse estudo pode servir como modelo e *insight* para o professor utilizar a história da matemática em sala de aula. Com o artefato utilizado é viável produzir outros tipos de tarefas com diferentes abordagens.

REFERÊNCIAS

- ASH, Eric H. **Power, Knowledge, and expertise in Elizabethan England**. [S.I.]: The Johns Hopkins University Press, 2004.
- BRIGGS, Henry. **Logarithmorum Chilias Prima**. London, 1617.
- CORMACK, Lesley B. Introduction: Practical Mathematics, Practical Mathematicians, and the Case for Transforming the Study of Nature. In: CORMACK, Lesley B.; WALTON, Steven A.; SCHUSTER, John A. (ed.). **Mathematical Practitioners and the Transformation of Natural Knowledge in Early Modern Europe**. 45. ed. Cham: Springer, 2017. (Studies in History and Philosophy of Science).
- GUNTER, Edmund. **The Description and vse of the Sector, the Crosse-Staffe, and other Instruments, for such as Are Studious of Mathematicall Practise**. London: William Jones, 1623.
- HIGTON, Hester Katharine. **Elias Allen and the Role of Instruments in Shaping the Mathematical Culture of Seventeenth-Century England**. 1996. 329 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doctor Of Philosophy (phd), Department Of The History And Philosophy Of Science, University Of Cambridge, Cambridge, 1996.
- KIDWELL, Peggy Aldrich. Useful instruction for practical people: early printed discussions of the slide rule in the US. **IEEE Annals of the History of Computing**, v. 37, n. 1, p. 36-43, 2015.
- PATERSON, Daniel. **Paterson's British Itinerary, being a new and accurate delineation and description of the direct and principal cross Roads of Great Britain**. 1785. Disponível em: <https://www.bl.uk/collection-items/patersons-british-itinerary>. Acesso em: 27 abr. 2017.
- PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Aspectos Históricos da régua de cálculo para a construção de conceitos matemáticos**. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (História da Matemática para o Ensino).
- RADFORD, L. Methodological aspects of the theory of objectification. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 8, n. 18, 2015.
- ROEGEL, Denis. A reconstruction of the tables of Briggs' Arithmetica logarithmica (1624). **Hal-Inria**, [S.I.], p. 3-334, 11 jan. 2011.
- SAITO, Fumikazu. **História da matemática e suas (re) construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.
- SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação (bauru)**, [s.l.], v. 19, n. 1, p.89-111, 2013. FapUNIFESP (SciELO)..
- SANGWIN, Christopher J. Edmund Gunter and the sector. **School of Mathematics and Statistics, Birmingham**, [S.I.]. p. 1-6, 2003.

SANTOS, Andressa Gomes dos. **Os aspectos matemáticos relacionados à média geométrica que emergem a partir da manipulação da escala dos números (1623) elaborada por Edmund Gunter com licenciandos em Matemática**. 2022. 222f. 2022. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) –Instituto Federal do Ceará, Fortaleza.

SANTOS, Andressa Gomes dos; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Descrição das escalas do Cross-Staff (1623) de Edmund Gunter. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S.L.], v. 8, n. 23, p. 707-720, 17 jun. 2021. Boletim Cearense de Educacao e Historia da Matematica - BOCEHM.

SANTOS, Andressa Gomes dos; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Gresham College e a matemática prática de Londres no século XVII. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 22, n. 45, p. 67-81, 2022a.

SANTOS, Andressa Gomes dos; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Possibilidades didáticas a partir da manipulação da escala dos números (1623) elaborada por Edmund Gunter no uso da proporção contínua para a formação do professor de Matemática. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista–ENCITEC**, v. 12, n. 2, p. 05-22, 2022b.

Submetido em: 13 de agosto de 2023.
Aprovado em: 31 de dezembro de 2023.